

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (32)

2019 年 11 月 25

班级_____姓名_____学号_____评价_____

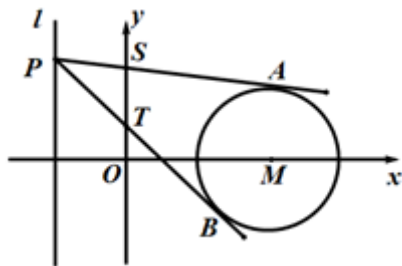
请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

1. 已知双曲线 $x^2 + ny^2 = 1 (n \in R)$ 与椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 有相同的焦点, 则该双曲线的渐近线方程为_____.

2. 已知 x, y 均为正实数, 且 $x + y = 16$, 则 $\frac{xy}{9x+y}$ 的最大值为_____.

3. 设常数 a 使方程 $\sin x + \sqrt{3}\cos x = a$ 在闭区间 $[0, 2\pi]$ 上恰有三个解 x_1, x_2, x_3 , 则 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

4. 如图, 圆 $M: (x - 2)^2 + y^2 = 1$, 点 $P(-1, t)$ 为直线 $l: x = -1$ 上一动点, 过点 P 引圆 M 的两条切线, 切点分别为 A, B . (1) 若 $t = 1$, 求切线所在直线方程; (2) 求 $|AB|$ 的最小值; (3) 若两条切线 PA, PB 与 y 轴分别交于 S, T 两点, 求 $|ST|$ 的最小值.



1. $y = \pm\sqrt{3}x$.

2. 1

3. $\frac{7\pi}{3}$

4.【答案】解:(1)由题意,切线斜率存在,可设切线方程为 $y - 1 = k(x + 1)$,即 $kx - y + k + 1 = 0$,则圆心 M 到切线的距离 $d = \frac{|3k+1|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$,解得 $k = 0$ 或 $-\frac{3}{4}$,

故所求切线方程为 $y = 1, 3x + 4y - 1 = 0$;

(2)连接 PM, AB 交于点 N ,设 $\angle MPA = \angle MAN = \theta$,则 $|AB| = 2|AM|\cos\theta = 2\cos\theta$,

在 $Rt\triangle MAP$ 中, $\sin\theta = \frac{|AM|}{|PM|} = \frac{1}{|PM|}$,

$$\because |PM| \geq 3, \therefore (\sin\theta)_{\max} = \frac{1}{3}, \therefore (\cos\theta)_{\min} = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \therefore |AB|_{\min} = \frac{4\sqrt{2}}{3};$$

(3)设切线方程为 $y - t = k(x + 1)$,即 $kx - y + k + t = 0, PA, PB$ 的斜率为 k_1, k_2 ,

故圆心 M 到切线的距离 $d = \frac{|3k-t|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$,得 $8k^2 - 6kt + t^2 - 1 = 0$,

$$\therefore k_1 + k_2 = \frac{3}{4}t, k_1 k_2 = \frac{t^2 - 1}{8},$$

在切线方程中令 $x = 0$ 可得 $y = k + t$,

$$\text{故 } |ST| = |(k_1 + t) - (k_2 + t)| = |k_1 - k_2| = \sqrt{(k_1 + k_2)^2 - 4k_1 k_2} = \frac{\sqrt{t^2 + 8}}{4},$$

$$\therefore |ST|_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{此时 } t = 0, \text{故 } |ST| \text{ 的最小值为 } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$