2020—2021 学年度第一学期高三适应性练习试题 2021.1.4

一、单项选择题

1．已知集合 $A=\{x\,|\,(x-2)(x+1)\geq 0\}$， $B=\{x\,|-2<x<0\}$，则 $A\bigcap B=$（　　）

A．$[-1,0)$　　B．$(-2,-1]$　　C．$(0,2]$　　D．$[-1,2]$

2．已知复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=2\mathrm{i}$，则 z 的共轭复数 $\overline{z}$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．$(2-x)(1+2x)^5$ 展开式中，含 x^2 项的系数为（　　）

A．70　　B．30　　C．-150　　D．90

4．如图是某品牌手机的商标图案，制作时以曲线段 AB 为分界线，裁去一部分图形而成，已知该分界线是一段半径为 R 的圆弧，若圆弧的长度为 $\dfrac{2\pi R}{3}$，则 A,B 两点间的距离为（　　）

A．R　　B．$\sqrt{2}R$

C．$\sqrt{3}R$　　D．$2R$

5．已知正 ΔABC 的边长为2， P 是 AB 边上一点，且 $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$，则 $\overrightarrow{CP}\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})=$（　　）

A．1　　B．2　　C．4　　D．6

6．过抛物线 $y^2=4x$ 焦点 F 的直线 l 交抛物线于 A,B 两点（点 A 在第一象限），若直线 l 的倾斜角为 60°，则 $\dfrac{|AF|}{|BF|}$ 的值为（　　）

A．2　　B．3　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．$\dfrac{5}{2}$

7．已知数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，若 $a_3-a_2=5$，则 a_4+8a_2 的最小值为（　　）

A．40　　B．20　　C．10　　D．5

8．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x\ln x, x>0\\2x+4e, x\leq 0\end{cases}$，若 $x_1\neq x_2$ 且 $f(x_1)=f(x_2)$，则 $|x_1-x_2|$ 的最大值为（　　）

A．$2e-\dfrac{1}{e}$　　B．$2e+1$　　C．$\sqrt{5}e$　　D．$\dfrac{5}{2}e$

二、多项选择题

9. 下列说法中正确的是（　　）

A．“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的既不充分又不必要条件；

B．“$x=2$”是“$1,x,4$ 成等比数列”的充分不必要条件；

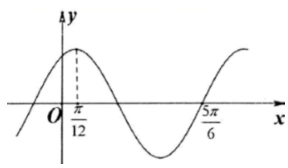
C．“$m>0,n<0$”是“方程 $\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{n}=1$ 表示双曲线”的必要不充分条件；

D．对于函数 $f(x)$，“$f(0)=0$”是“函数 $f(x)$ 为奇函数”的充要条件.

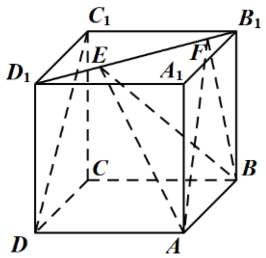
10．已知 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图像如图，则下列说法中正确的是（　　）

A．$f(x)=f(\pi+x)$　　B．$f(x)=-f(\pi+x)$

C．$f(x)=f(\dfrac{2\pi}{3}-x)$　　D．$f(x)=-f(\dfrac{2\pi}{3}-x)$



11．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，线段 B_1D_1 上有两个动点 E,F，且 $EF=1$，则下列说法中正确的是（　　）



A．存在点 E,F 使得 $AE//BF$

B．异面直线 EF 与 C_1D 所成的角为 $60°$

C．三棱锥 $B-AEF$ 的体积为定值 $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

D．A_1 到平面 AEF 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

12．16 世纪时，比利时数学家罗门向全世界数学家提出了一个具有挑战性的问题："45 次方程 $x^{45}-45x^{43}+945x^{41}-\cdots+95364x^5-3795x^3+45x=C$ 的根如何求？"，法国数学家韦达利用三角知识成功解决了该问题，并指出当 $C=2\sin\alpha$ 时，此方程的全部根为 $x=2\sin(\dfrac{2k\pi+\alpha}{45}),(k=0,1,2,\cdots,44)$，根据以上信息可得方程 $x^{45}-45x^{43}+945x^{41}-\cdots+95364x^5$ $x^{45}-3795x^3+45x=0$ 的根可以是（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　B．-1　　　　C．$-\sqrt{3}$　　　　D．2

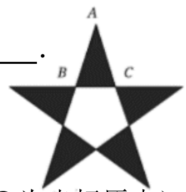
三、填空题

13．已知长方体的长、宽、高分别为 $10,8,6(cm)$，则该长方体的外接球的半径 $R=$________(cm)．

14．某种型号的机器使用总时间 x（年）（其中 $x\geq 4, x\in N^*$）与所需支出的维修总费用 y（万元）的统计数据如下表：根据表中数据可得 y 与 x 之间的线性回归方程为 $\hat{y}=0.7x+\hat{a}$，若该设备维修总费用超过 12 万元就报废，据此模型预测该设备最多可使用________年.（填整数）

x	6	8	10	12
y	2	3	5	6

15．几何学中有两件瑰宝，一个是勾股定理，一个是黄金分割，其中顶角为 $36°$ 的等腰三角形被称为"黄金三角形"．如图，已知五角星是由 5 个"黄金三角形"与 1 个正五边形组成，且 $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$．记阴影部分的面积为 S_1，正五边形的面积为 S_2，则 $\dfrac{S_1}{S_2}=$________．



16．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右顶点为 A，以 A 为圆心，b 为半径的圆与双曲线的一条渐近线交于 M,N 两点，若 $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{ON}$（其中 O 为坐标原点），则双曲线的离心率为________．

1、B　　2、C　　3、A　　4、C　　5、D　　6、B　　7、A　　8、D

9、AB　　10、AD　　11、BCD　　12、AC

13、$5\sqrt{2}$　　14、20　　15、$\sqrt{5}$　　16、$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

四、解答题

17．在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，ΔABC 的面积为 S，$a\cos\dfrac{B}{2}=b\sin A$．

（1）求 B；

（2）若 $b=5$，________________，求 S．

请在① $a=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$，② $\tan(A+\dfrac{\pi}{4})=2+\sqrt{3}$，③ $b^2+c^2=a^2+bc$ 这三个条件中任选一个，补充在

上面的问题中，并加以解答.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

解：（1）在ΔABC中，因为$a\cos\frac{B}{2}=b\sin A$，所以由正弦定理得$\sin A\cdot\cos\frac{B}{2}=\sin B\cdot\sin A$，

因为$\sin A\neq 0$，所以$\cos\frac{B}{2}=\sin B$， ……………2 分

所以$\cos\frac{B}{2}=2\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}$，因为$\cos\frac{B}{2}\neq 0$，所以$\sin\frac{B}{2}=\frac{1}{2}$， ………4 分

因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{\pi}{3}$ …………5 分

（2）选①：由正弦定理得$\frac{\frac{5\sqrt{3}}{3}}{\sin A}=\frac{5}{\sin\frac{\pi}{3}}$，即$\sin A=\frac{1}{2}$，因为$b>a$，所以$A=\frac{\pi}{6}$，

所以$C=\frac{\pi}{2}$，所以ΔABC是直角三角形，所以$S=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{3}\cdot 5=\frac{25\sqrt{3}}{6}$. ………10 分

选②：由$\tan(A+\frac{\pi}{4})=2+\sqrt{3}$得$\frac{\tan A+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan A\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan A+1}{1-\tan A}=2+\sqrt{3}$，解得$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{6}$，

所以$C=\frac{\pi}{2}$，所以ΔABC是直角三角形，所以$S=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{3}\cdot 5=\frac{25\sqrt{3}}{6}$. ……10 分

选③：因为$b^2+c^2=a^2+bc$，所以$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$，

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$，又$B=\frac{\pi}{3}$，所以ΔABC为正三角形，所以$S=\frac{25\sqrt{3}}{4}$ ……10分

18．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1=\frac{1}{2}$，$S_n=1-2a_{n+1},n\in N^*$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$b_n=\log_{\frac{1}{2}}a_n$，且$c_n=\frac{1}{4b_n^{\ 2}-1}$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$T_n$.

解：（1）因为$S_n=1-2a_{n+1}$，$\therefore S_{n-1}=1-2a_n$，$(n\geq 2)$，两式相减得$2a_{n+1}=a_n$，$(n\geq 2)$ …2分

因为$a_1=\frac{1}{2}$，$S_n=1-2a_{n+1}$，所以令$n=1$，则可得$a_2=\frac{1}{2}(1-a_1)=\frac{1}{4}$ 所以$\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$

又$a_1=\frac{1}{2}\neq 0$，$a_2=\frac{1}{4}\neq 0$，$2a_{n+1}=a_n$，$\therefore a_n\neq 0$（$n\in N^*$），$\therefore\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$，（$n\in N^*$），…5 分

所以数列$\{a_n\}$是首项为$\frac{1}{2}$、公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，所以$a_n=(\frac{1}{2})^n$ ……………6 分

注：结果 $a_n=(\frac{1}{2})^n$ 对，但没有说明 $\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$ 的扣 2 分

（2）因为 $a_n=(\frac{1}{2})^n$，所以 $b_n=\log_{\frac{1}{2}}a_n=n$ ………… 7 分

所以 $c_n=\frac{1}{4{b_n}^2-1}=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$ ……………9 分

所以 $T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n=\frac{1}{2}\left[(\frac{1}{1}-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})\right]$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2n+1})=\frac{n}{2n+1}$ ……………12 分

19．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是长方形，平面$PAB\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，

（1）证明：$PA\perp$平面 $ABCD$；

（2）若 $PA=AD=2,AB=3$，E 为 PD 中点，求二面角 $A-BE-C$ 的余弦值.

（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 为长方形，∴ $AB\perp AD$，

∵ 平面$PAD\perp$平面$ABCD$，平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，$AB\subset$平面$ABCD$

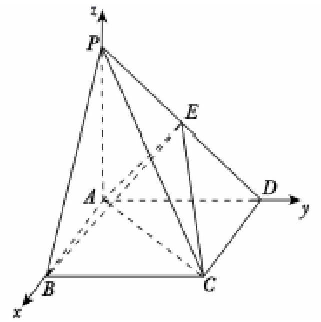
∴ $AB\perp$平面 PAD ……………3 分

∵ $PA\subset$平面PAD ∴ $AB\perp PA$． 同理 $AD\perp PA$，

又 $AB\cap AD=A$，$AB\subset$平面$ABCD$, $AD\subset$平面$ABCD$,∴ $PA\perp$平面 $ABCD$． ……5 分

（2）以 A 为坐标原点，AB,AD,AP 所在直线分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系 …6 分

则 $A(0,0,0),B(3,0,0),D(0,2,0),C(3,2,0),E(0,1,1),P(0,0,2)$,



设 $\vec{m}=(x,y,z)$ 为平面 ABE 的法向量，

∵ $\begin{cases}\vec{m}\bullet\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{m}\bullet\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}y+z=0\\ x=0\end{cases}$，令 $y=1$，则 $z=-1$，

∴平面 ABE 的一个法向量 $\vec{m}=(0,1,-1)$. ……………8 分

同理可求得平面 BCE 的一个法向量 $\vec{n}=(1,0,3)$， ……10 分

∴ $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=-\frac{3\sqrt{20}}{20}$. ∵二面角 $A-BE-C$ 的大小为钝角

∴二面角 $A-BE-C$ 的余弦值为 $-\frac{3\sqrt{20}}{20}$. ……………12 分

注：错将二面角的余弦值写成 $\frac{3\sqrt{20}}{20}$ 的扣 1 分

20．为了了解扬州市高中生周末运动时间，随机调查了 3000 名学生，统计了他们的周末运动时间，制成如下的频率分布表：

周末运动时间 t（分钟）	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90]$
人数	300	600	900	450	450	300

（1）从周末运动时间在 $[70,80)$ 的学生中抽取 3 人，在 $[80,90]$ 的学生中抽取 2 人，现从这 5 人中

随机推荐 2 人参加体能测试，记推荐的 2 人中来自 $[70,80)$ 的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（2）由频率分布表可认为：周末运动时间 t 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 为周末运动时间的平均数 $\overline{t}$，σ 近似为样本的标准差 s，并已求得 $s\approx 14.6$． 可以用该样本的频率估计总体的概率，现从扬州市所有高中生中随机抽取 10 名学生，记周末运动时间在 $(43.9,87.7]$ 之外的人数为 Y，求 $P(Y=2)$（精确到 0.001）；

参考数据 1：

当 $t\sim N(\mu,\sigma^2)$ 时，$P(\mu-\sigma<t<\mu+\sigma)=0.6827, P(\mu-2\sigma<t<\mu+2\sigma)=0.9545,$
$P(\mu-3\sigma<t<\mu+3\sigma)=0.9973$.

参考数据 2：$0.8186^8\approx 0.202, 0.1814^2\approx 0.033$

解：（1）随机变量 X 的可能取值为 $0,1,2$，

$$P(X=0)=\frac{C_3^0C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}, P(X=1)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}, P(X=2)=\frac{C_3^2C_2^0}{C_5^2}=\frac{3}{10},$$ ……………3 分

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

所以 $E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$ ……………5 分

（2）$\mu=\overline{t}=\dfrac{35\times300+45\times600+55\times900+65\times450+75\times450+85\times300}{3000}=58.5$ ………7 分

又 $43.9=58.5-14.6=\mu-\sigma, 87.7=58.5+14.6\times2=\mu+2\sigma$，

所以 $P(43.9<t\le 87.7)=P(\mu-\sigma<t\le\mu+2\sigma)=\dfrac{0.6827+0.9545}{2}=0.8186$ ……………9 分

所以 $P(t\le\mu-\sigma$ 或 $t>\mu+2\sigma)=1-0.8186=0.1814$， 所以 $Y\sim B(10,0.1814)$，

所以 $P(Y=2)=C_{10}^2\times0.1814^2\times0.8186^8$ ……………11 分

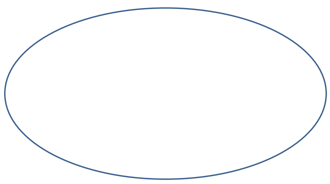
$\approx 45\times0.033\times0.202\approx0.300$ ……………12 分

21. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，左右顶点分别为 A,B，上下顶点分别为 C,D，四边形 $ACBD$ 的面积为 $4\sqrt{3}$，

（1）求椭圆的方程；

（2）过椭圆的右焦点 F 的直线 l 与椭圆交于 P，Q 两点，直线 PB、QB 分别交直线 $x=4$ 于 M,N 两点，判断 $\overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BN}$ 是否为定值，并说明理由.

解：（1）由题意得 $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\\ a^2=b^2+c^2\\ 2ab=4\sqrt{3}\end{cases}$， ....2 分



解得 $a=2$，$b=\sqrt{3}$，所以椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ....4 分

（2）方法 1：若直线 l 的斜率不存在，则直线 l 方程为 $x=1$，

此时可得 $P(1,\frac{3}{2})$，$Q(1,-\frac{3}{2})$，$M(4,-3)$，$N(4,3)$，所以 $\overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BN}=-5$. ....5 分

若直线 l 的斜率存在，设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)(k\neq 0)$，代入 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 整理得

$(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，易得 $\Delta\geq 0$ 恒成立.

设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),(x_1,x_2\neq 2)$，则 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2},x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$， ....7 分

由直线 PB 的方程 $y=\frac{y_1}{x_1-2}(x-2)$ 可得点 $M(4,\frac{2y_1}{x_1-2})$，

由直线 QB 的方程 $y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$ 可得点 $N(4,\frac{2y_2}{x_2-2})$，

所以 $\overrightarrow{BM}=(2,\frac{2y_1}{x_1-2}),\overrightarrow{BN}=(2,\frac{2y_2}{x_2-2})$ ....8 分

所以 $\overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BN}=4+\frac{2y_1}{x_1-2}\cdot\frac{2y_2}{x_2-2}=4+4k^2\frac{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$ ....9 分

$=4+4k^2\frac{4k^2-12-8k^2+4k^2+3}{4k^2-12-2\times 8k^2+4(4k^2+3)}=4+4k^2\times\frac{-9}{4k^2}=-5$

综上，$\overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BN}$ 为定值. ....12 分

方法 2：显然直线 l 的斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $x=my+1$，代入 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 整理得

$(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，易得 $\Delta\geq 0$ 恒成立.

设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2),(x_1,x_2\neq 2)$，则 $y_1+y_2=\frac{-6m}{3m^2+4},y_1y_2=\frac{-9}{3m^2+4}$， ....7 分

由直线 PB 的方程 $y=\frac{y_1}{x_1-2}(x-2)$ 可得点 $M(4,\frac{2y_1}{x_1-2})$，

由直线 QB 的方程 $y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$ 可得点 $N(4,\frac{2y_2}{x_2-2})$，

所以 $\overrightarrow{BM}=(2,\frac{2y_1}{x_1-2}),\overrightarrow{BN}=(2,\frac{2y_2}{x_2-2})$ ....8 分

所以 $\overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BN}=4+\frac{2y_1}{x_1-2}\cdot\frac{2y_2}{x_2-2}=4+\frac{4y_1y_2}{m^2y_1y_2-m(y_1+y_2)+1}$ ....9 分

$=4+\frac{-36}{-9m^2+6m^2+3m^2+4}=4-9=-5$ ....12 分

22．已知函数 $f(x)=e^x-a\ln x$，（其中 a 为参数）

（1）若 $a=1$，且直线 $y=kx+1$ 与 $y=f(x)$ 的图象相切，求实数 k 的值；

（2）若对任意 $x\in(0,+\infty)$，不等式 $f(x)>a\ln a$ 成立，求正实数 a 的取值范围.

解：（1）若 $a=1$，则 $f(x)=e^x-\ln x,(x>0)$，$f'(x)=e^x-\frac{1}{x}$

设切点 $P(x_0,e^{x_0}-\ln x_0)$，则 $\frac{e^{x_0}-\ln x_0-1}{x_0}=e^{x_0}-\frac{1}{x_0}$，即 $(x_0-1)e^{x_0}+\ln x_0=0$ ....2 分

令 $\varphi(x)=(x-1)e^x+\ln x,(x>0)$，观察得 $\varphi(1)=0$， ....4 分

又 $\varphi'(x)=xe^x+\frac{1}{x}>0$，所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增，

所以方程 $(x_0-1)e^{x_0}+\ln x_0=0$ 的根仅有 $x_0=1$，所以 $k=e-1$ ....5 分

注：观察出 $x_0=1$ 是 $(x_0-1)e^{x_0}+\ln x_0=0$ 的根但没有交待唯一性的扣 1 分

（2）方法 1：（直接研究差函数的最小值）

令 $g(x)=e^x-a\ln x-a\ln a,(x>0)$，则 $g'(x)=e^x-\frac{a}{x}=\frac{xe^x-a}{x}$，

令 $\varphi(x)=xe^x-a,(x\geq 0)$，则 $\varphi(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上递增，且 $\varphi(0)=-a<0$，$\varphi(a)=a(e^a-1)>0$，

所以存在唯一 $x_0\in(0,a)$，使得 $\varphi(x_0)=x_0e^{x_0}-a=0$，所以

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$g'(x)<0$，故函数 $g(x)$ 单调递减.

当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时 $g'(x)>0$，故函数 $g(x)$ 单调递增.

所以 $g(x)_{\min}=g(x_0)=e^{x_0}-a\ln x_0-a\ln a$ ....7 分

$=a(\frac{1}{x_0}-2\ln x_0-x_0)$ ....9 分

由 $g(x)>0$ 恒成立得 $a(\frac{1}{x_0}-2\ln x_0-x_0)>0$，即 $\frac{1}{x_0}-2\ln x_0-x_0>0$，

令 $h(x)=\frac{1}{x}-2\ln x-x,(x>0)$，则 $h'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}-1<0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递减.

由 $h(1)=0$ 得 $h(x)>0$ 的解为 $0<x<1$，所以 $0<x_0<1$， ....11 分

令 $\phi(x)=xe^x$，$x\in(0,1)$，则 $\phi(x)$ 在 $(0,1)$ 上递增，

所以 $a=x_0e^{x_0}\in(0,e)$，所以 $0<a<e$. ....12 分

方法 2：（构建同构式处理不等式） 由 $f(x)>a\ln a$ 得 $\frac{e^x}{a}-\ln a>\ln x$，即 $e^{x-lna}-\ln a>\ln x$，

两边同时加 x 得 $e^{x-lna}+x-\ln a>e^{\ln x}+\ln x$

令 $g(t)=e^t+t$，则 $g(x-\ln a)>g(\ln x)$， ....9 分

$\because g(t)$ 为单调增函数 $\therefore x-\ln a>\ln x$，即 $\ln a<x-\ln x$，

令 $h(x)=x-\ln x$，则 $h'(x)=\frac{x-1}{x}$

$\therefore h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore h(x)_{\min}=h(1)=0$，

$\therefore \ln a<1$，解得 $0<a<e$. ....12 分