

江苏省仪征中学 2018-2019 学年第二学期期末复习讲义 (2)

1. $(x - \frac{1}{x})(2x + \frac{1}{x})^5$ 的展开式中, 常数项为_____.

2. 古代埃及数学中发现有一个独特现象: 除 $\frac{2}{3}$ 用一个单独的符号表示以外, 其它分数都要写成若干个单分数和的形式. 例如 $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, 可以这样理解: 假定有两个面包, 要平均分给 5 个人, 如果每人 $\frac{1}{2}$, 不够, 每人 $\frac{1}{3}$, 余 $\frac{1}{3}$, 再将这 $\frac{1}{3}$ 分成 5 份, 每人得 $\frac{1}{15}$, 这样每人分得 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

形如 $\frac{2}{2n+1}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) 的分数的分解: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$, $\frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45}$, 按此规律,

$\frac{2}{2n+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$).

3. $(2x - 1)^6 = a_6x^6 + a_5x^5 + \dots + a_1x + a_0$, 则 $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \dots + |a_6| = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}$ 在区间 $(m, m+1)$ 上递减, 则 m 的取值范围是_____.

5. $\frac{1}{2^{2018}}(C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + 3^2C_{2018}^4 - 3^3C_{2018}^6 + \dots + 3^{1008}C_{2018}^{2016} - 3^{1009}C_{2018}^{2018}) = \underline{\hspace{2cm}}$
_____.

6. 知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且在 $(-\infty, 0]$ 上是增函数, 设

$a = f(\log_{\frac{1}{4}} 7)$, $b = f((\frac{3}{5})^{\frac{1}{5}})$, $c = f((\frac{2}{5})^{\frac{3}{5}})$, 则 a, b, c 按从小到大的顺序为_____.

7. $y = m$ 分别与曲线 $y = 2(x + 1)$, 与 $y = x + \ln x$ 交于点 A, B , 则 $|AB|$ 的最小值为_____.

8. 函数 $f(x) = x^3 + (1-a)x^2 - a(a+2)x$ ($a \in R$) 在区间 $(-2, 2)$ 不单调,

则 a 的取值范围是_____.

9. 函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + x + 2$, $g(x) = \frac{e \ln x}{x}$, 若对于 $\forall x_1 \in (0, 1], \forall x_2 \in (0, 1]$, 都有 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

10. 数 $f(x)$ 满足 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$, 且在 $(-3, 0]$ 上, $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos \frac{\pi x}{3}, & -3 < x \leq -\frac{3}{2}, \\ |x-2| + 2, & -\frac{3}{2} < x \leq 0 \end{cases}$,

$f(f(\frac{39}{2})) = \underline{\hspace{2cm}}$.

11 已知函数 $f(x) = 3^x - 3^{-x}$, $f(1 - 2\log_3 t) + f(3\log_3 t - 1) \geq \log_{\frac{1}{3}} t$, 则实数 t 的取值范围是 _____.

12. 直线 l_1, l_2 分别是函数 $f(x) = \begin{cases} -\ln x, 0 < x < 1, \\ \ln x, x > 1, \end{cases}$ 图象上点 P_1, P_2 处的切线, l_1 与 l_2 垂直

相交于点 P , 且 l_1, l_2 分别与 y 轴相交于点 A, B , 则 $\triangle PAB$ 的面积取值范围是 _____

13. 已知命题 p : 函数 $f(x) = \lg(ax^2 - x + \frac{1}{16}a)$ 的定义域为 R , 命题 q : 方程 $4x^2 + 4(a-2)x + 1 = 0$ 无实根.

(1) 若 $\neg p$ 为真命题, 求的取值范围;

(2) 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求实数 a 的取值范围.

14. 已知函数 $f(x) = x|x - a| + 2x$.

(1) 当 $a = 3$ 时, 方程 $f(x) = m$ 的解的个数;

(2) 若对任意 $x \in [1, 2]$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象恒在函数 $g(x) = 2x + 1$ 图象的下方, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若函数 $f(x)$ 在 $(-4, 2)$ 上单调递增, 求 a 的范围.

15. 十九大提出对农村要坚持精准扶贫，至 2020 年底全面脱贫. 现有扶贫工作组到某山区贫困村实施脱贫工作. 经摸底排查，该村现有贫困农户 100 家，他们均从事水果种植，2017 年底该村平均每户年纯收入为 1 万元，扶贫工作组一方面请有关专家对水果进行品种改良，提高产量；另一方面，抽出部分农户从事水果包装、销售工作，其人数必须小于种植的人数. 从 2018 年初开始，若该村抽出 $5x$ 户 ($x \in \mathbf{Z}$, $1 \leq x \leq 9$) 从事水果包装、销售. 经测算，剩下从事水果种植农户的年纯收入每户平均比上一年提高 $\frac{x}{20}$ ，而从事包装销售农户的年纯收入每户平均为 $(3 - \frac{1}{4}x)$ 万元 (参考数据: $1.1^3 = 1.331$, $1.15^3 \approx 1.521$, $1.2^3 = 1.728$).
- (1) 至 2020 年底，为使从事水果种植农户能实现脱贫 (每户年均纯收入不低于 1 万 6 千元)，至少抽出多少户从事包装、销售工作？
- (2) 至 2018 年底，该村每户年均纯收入能否达到 1.35 万元？若能，请求出从事包装、销售的户数；若不能，请说明理由。

16. 已知函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + bx$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $f'(x)$ 为其导函数, 且 $x = 3$ 时 $f(x)$ 有极小值 -9 .

(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 若 $g(x) = 2mf'(x) + (6m - 8)x + 6m + 1$, $h(x) = mx$, 当 $m > 0$ 时, 对于任意 x , $g(x)$ 和 $h(x)$ 的值至少有一个是正数, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若不等式 $f'(x) > k(x \ln x - 1) - 6x - 4$ (k 为正整数) 对任意正实数 x 恒成立, 求 k 的最大值.