平面向量的概念及线性运算 1

课前热身

1.以下说法中正确的个数是(　　)

① $|\vec{a}|$ 与 $|\vec{b}|$ 是否相等与 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的方向无关

② 两个具有公共终点的向量，一定是共线向量

③ 两个向量不能比较大小，但它们的模能比较大小

④ 单位向量都是共线向量

⑤ 零向量的长度为 0，没有方向

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

2.已知 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，D 为 BC 边的中点，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$，那么(　　)

A．$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$　　B．$\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD}$　　C．$\overrightarrow{AO}=3\overrightarrow{OD}$　　D．$2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$

3．(多选)下列四个命题中，错误的是(　　)

A．若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B．若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

C．若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　　D．若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

4.在四边形 $ABCD$ 中，若 $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$，且 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{AD}|=4$，则 $\triangle BCD$ 的面积为________.

5.在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，若 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}$，则四边形 $ABCD$ 的形状为________.

6．设向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不平行，向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 平行，则实数 λ=____________.

知识梳理

典例研究

题型一　平面向量的概念

例 1.下列关于向量的叙述不正确的是(　　)

A．向量$\overrightarrow{AB}$的相反向量是$\overrightarrow{BA}$

B．模为 1 的向量是单位向量，其方向是任意的

C．若 A，B，C，D 四点在同一条直线上，且$AB=CD$，则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

D．若向量$\vec{a}$与$\vec{b}$满足关系$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$共线

变式 1．若 $\boldsymbol{a}_0$ 为单位向量，$\boldsymbol{a}$ 为平面内的某个向量，下列命题中：

①若 $\boldsymbol{a}$ 为平面内的某个向量，则 $\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\ \boldsymbol{a}_0$；

②若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_0$ 平行，则 $\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}_0$；

③若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_0$ 平行且$|\boldsymbol{a}|=1$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_0$，

假命题的个数是(　　)

A．0　B．1　C．2　D．3

例 2.（多选）下列关于平面向量的说法中不正确的是(　　)

A．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 均为非零向量，则 $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow$存在唯一的实数 λ，使得 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$

B．若向量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CD}$ 共线，则点 A，B，C，D 必在同一直线上

C．若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$ 且$\vec{c}\neq 0$，则 $\vec{a}=\vec{b}$

D．若点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，则 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0$

变式 2．(多选)给出下列命题，不正确的有(　　)

A．若两个向量相等，则它们的起点相同，终点相同

B．若 A，B，C，D 是不共线的四点，且$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，则 $ABCD$ 为平行四边形

C．$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的充要条件是$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$

D．已知λ，μ 为实数，若 $\lambda\boldsymbol{a}=\mu\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线

题型二 平面向量的线性运算

命题点 1　向量加、减法的几何意义

例 3:设非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则(　　)

A．$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$　　B．$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$

C．$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　　D．$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$

命题点 2　向量的线性运算

例 4 (2020 合肥质检)在△ABC 中，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，若$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{AD}$等于(　　)

A.$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$　　B.$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$

C.$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　D.$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$

命题点 3　根据向量线性运算求参数

例 5 (2020 河南八市联考改编)在等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，点 E 是线段$\overrightarrow{BC}$的中点，若$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\lambda+\mu=$________.

变式 3：(1)(2018 全国Ⅰ)在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则$\overrightarrow{EB}$等于(　　)

A.$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B.$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

C.$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D.$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

(2)在平行四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别为边 BC，CD 的中点，若$\overrightarrow{AB}=x\overrightarrow{AE}+y\overrightarrow{AF}(x，y\in\mathbf{R})$，则 $x-y=$______.

题型三 共线定理的应用

例 6.设两个非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线．已知 $\overrightarrow{CB}=\vec{a}+3\vec{b}$，$\overrightarrow{CD}=2\vec{a}-\vec{b}$，若 $\overrightarrow{BF}=3\vec{a}-k\vec{b}$，且 B，D，F 三点共线，则 $k=$____________.

变式 4.如图：已知，在 $\triangle OAB$ 中，点 A 是 BC 的中点，点 D 是将向量 $\overrightarrow{OB}$ 分为 $2:1$ 的一个分点，DC 和 OA 交于点 E，则 AO 与 OE 的比值是(　　)

A．2　　B．$\frac{5}{4}$

C．$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{6}{5}$