江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科导学案

二次求导与隐零点

研制人：曹远慧　　　审核人：李 峰

班级：______________ 姓名：______________学号：__________授课日期：2021.11.02

课标表述

函数的零点，根据其数值上能否精确求解而分成两类：一类是数值上能精确求解的，称之为“显性零点”；另一类是能判断存在，但数值上求解很困难或者无法求解的，称之为“隐性零点”，简称为“隐零点”．隐零点问题常涉及灵活的代数变形技巧、抽象缜密的逻辑判断和巧妙的不等式应用。隐零点问题的常用解题策略：通过等价转换，巧妙地避免隐零点的求解.

课前热身

1. 已知函数$f(x)=e^x-\frac{lnx+k}{x}-1$在区间(0，＋∞)上有唯一零点$x_0$，则下列结论正确的是(　　)

A.$x_0e^{x_0}=1$　　B. $\frac{1}{2}<x_0<1$　　C. $k=1$　　D.$k>1$

2. 已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{2}(x^2-1)+\frac{1}{x}$，则 $f(x)$ 过原点的切线方程为_____________.

知识梳理

1. 导数与函数变化的关系

2. 导数的变化趋势

典例研究

例 1. 已知函数 $f(x)=x^2-x-x\ln x$.

求证：$f(x)$ 存在唯一的极大值点 x_0，且 $\frac{1}{e^2}<f(x_0)<\frac{1}{4}$.

例 2. 已知函数 $f(x)=e^x-\ln(x+m)$.

（1）设 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，求 m 的值，并讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $m\le 2$ 时，求证：$f(x)>0$.

例 3. 已知函数$f(x)=e^x-alnx$,(其中a为参数)

（1）若$a=1$，且直线$y=kx+1$与$y=f(x)$的图象相切，求实数k的值；

（2）若对任意$x\in(0,+\infty)$,不等式$f(x)>alna$成立，求正实数a的取值范围.

课堂小结

跟踪反馈

班级：______________姓名：______________学号：__________时长：60 分钟

1. 已知函数 $f(x)=\ln x-a(x-1), g(x)=e^{x}$. 若 $a>0$, 过原点分别作曲线 $y=f(x), y=g(x)$ 的切线 l_1, l_2 且两切线的斜率互为倒数，求证：$\frac{e-1}{e}<a<\frac{e^{2}-1}{e}$.

2. 已知定义在 $(1,+\infty)$ 上的函数 $f(x)=x-\ln x-2, g(x)=x\ln x+x$.
   (1)求证：$f(x)$ 存在唯一的零点，且零点属于 $(3,4)$；
   (2)若 $k\in Z$, 且 $g(x)>k(x-1)$ 对任意的 $x>1$ 恒成立，求 k 的最大值.

3. 已知函数 $f(x)=e^{x}-ax$.

（1）当 $a>0$ 时，设函数 $f(x)$ 的最小值为 $g(a)$，证明： $g(a)\leq 1$；

（2）若函数 $h(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x^{2}$ 有两个极值点 x_1， $x_2(x_1<x_2)$ ，证明： $h(x_1)+h(x_2)>2$.

4. 设函数 $f(x)=e^{x}(x-2)-\dfrac{1}{3}kx^{3}+\dfrac{1}{2}kx^{2}$.

（1）若 $k=1$，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若 $f(x)$ 存在三个极值点 x_1,x_2,x_3，且 $x_1<x_2<x_3$，求 k 的取值范围.