仪征中学2019届高考考前数学保温练3

班级__________姓名____________学号________评价____________

一、填空题:

1. 某校高一年级有1000名学生，其中血型为O型的有400人，A,B血型的各为250人，AB 型的有100人，为了研究血型与色弱之间的关系，要从中抽取一个样本，已知抽取B型的人数是20人，则抽取AB型的人数是_______.

2. 复数$z=(1+i)(a+i)$对应的复平面上的点在第二象限，则实数a的取值范围是_______.

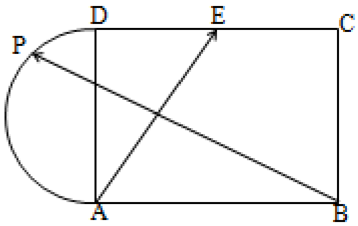
3. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x\geq 1,\\ \left|x^2-1\right|, & x<1,\end{cases}$，则不等式$f(x)>1$的解集为_______.

4. 在4件产品中，一等品2件，二等品1件，次品1件，一等品、二等品均为正品，这些产品外观上没有差别，现从中任取2件，则2件均为正品的概率为_______.

```
T ← 1
For  I  Form  3 TO  9 Step  2
  T ← T × I
End  For
Print  T
```

5. 右图的伪代码, 最后输出的T值为_______.

6. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{3}$，则其焦点到渐近线的距离与它到原点的距离的比值为______.



7. 如图，已知正方形ABCD的边长是2，E是CD的中点，P是以AD为直径的半圆上的任意一点，那么$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BP}$的取值范围是_______.

8. 数列$\{a_n\}$满足：对于任意$n\in N^*$，均有$a_{n+1}=2a_n+1$，且$a_1=1$，则$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n+1}=$______.

9. 函数$y=\sin x+\cos x$的图像向右平移$\dfrac{\pi}{6}$得到函数$y=f(x)$的图像，则$f(x)$在$[0,\pi]$上的增区间为_______.

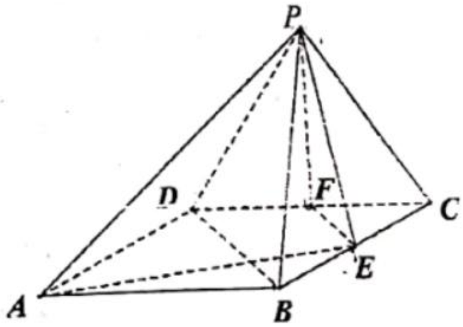
10. 已知圆$O: x^2+y^2=1$，过平面区域D内的每一点均存在两条互相垂直的直线与圆O相交，则区域D的面积为_______.

二、解答题：

1. 如图，在四棱锥 P—ABCD 中，底面 ABCD 是矩形，BC＝$\sqrt{2}$ AB，E，F 分别为 BC，CD 的中点，且 PF⊥平面 ABCD．

（1）求证：EF∥平面 PBD；

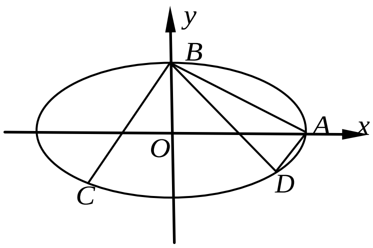
（2）求证：平面 PAE⊥平面 PEF．



2. 椭圆 $T:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的两个顶点 $A(a,0),\ B(0,b)$，过 A,B 分别作 AB 的垂线交椭圆 T 于 D,C（不同于顶点），

（1）若椭圆 T 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，求 $\tan\angle ABD$；

（2）若 $BC=3AD$，求椭圆 T 的离心率．



三、附加题：

1.已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}3 & 3\\ c & d\end{bmatrix}$ ，若矩阵 A 属于特征值 6 的一个特征向量为 $\overrightarrow{\alpha_1}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$，属于特征值 1 的一个特征向量为 $\overrightarrow{\alpha_2}=\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}$.

（1）求矩阵 A；

（2）求直线 $l:x+2y+1=0$ 在矩阵 A 的作用下直线 l' 的方程.

2. 已知抛物线方程 $y^2=4x,F$ 为焦点，P 为抛物线准线上一点，Q 为线段 PF 与抛物线的交点，定义：$d\left(P\right)=\dfrac{PF}{FQ}$.

（1）当 $P\left(-1,-\dfrac{8}{3}\right)$ 时，求 $d\left(P\right)$；

（2）证明：存在常数 a，使得 $2d\left(P\right)=PF+a$.

仪征中学 2019 届高考考前数学保温练 3 答案

一、填空题：

1. 8　2. $(-1,1)$　3. $(-\infty,-\sqrt{2})$　4. $\frac{1}{2}$　5. 945　6. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　7. $[-\sqrt{5},2]$

8. $\frac{2}{3}\times 4^{n+1}-n-\frac{5}{3}$　9. $\left(0,\frac{5}{12}\pi\right)$　10. 2π

二、解答题：

2.解：（1）因为 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，所以 $a=2c$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}c$，

$A(2c,0),\ B(0,\sqrt{3}c)$，$AB=\sqrt{(2c)^2+(\sqrt{3}c)^2}=\sqrt{7}c$，……………2 分

椭圆方程化为：$\frac{x^2}{4c^2}+\frac{y^2}{3c^2}=1$，即 $3x^2+4y^2-12c^2=0$，

$k_{AB}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，因为 $AB\perp AD$，所以 $k_{AD}=\frac{2}{\sqrt{3}}$，直线 AD 的方程为：$y=\frac{2}{\sqrt{3}}(x-2c)$，

代入椭圆方程：$\begin{cases} x=\frac{14}{25}c, \\ y=-\frac{24\sqrt{3}}{25}c \end{cases}$，即点 $D(\frac{14}{25}c,-\frac{24\sqrt{3}}{25}c)$，……………5 分

所以 $AD=\sqrt{(2c-\frac{14}{25}c)^2+(\frac{24}{25}\sqrt{3}c)^2}=\frac{12\sqrt{21}}{25}c$，$\tan\angle ABD=\frac{AD}{AB}=\frac{12\sqrt{3}}{25}$. ……………7 分

（2）设 $D(x_1,y_1),\ C(x_2,y_2)\quad (x_1\neq a,x_2\neq 0)$，

由题意知：$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{AD}$，$(x_2,y_2-b)=3(x_1-a,y_1)$，

$\begin{cases} x_2=3(x_1-a) \\ y_2=3y_1+b \end{cases}$，则 $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1$①，$\frac{(3x_1-3a)^2}{a^2}+\frac{(3y_1+b)^2}{b^2}=1$②，

①×9－②得：$3bx_1-ay_1=3ab$③，……………………………………10 分

因为 $AD\perp AB$，所以 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=(x_1-a,y_1)\cdot(-a,b)=-a(x_1-a)+by_1=0$④ …………12 分

由③④消去 y_1 得：（$(3b^2-a^2)(x_1-a)=0$，因为 $x_1\neq a$，所以 $3b^2-a^2=0$，

$e=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{3b^2-b^2}}{\sqrt{3}b}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.　……………………………………14 分

三、附加题：

1.（1）∵ $A\vec{\alpha}_1=6\vec{\alpha}_1, A\vec{\alpha}_2=\vec{\alpha}_2$，∴ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix},\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$，

$\therefore\begin{cases} c+d=6, \\ 3c-2d=-2, \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} c=2 \\ d=4 \end{cases}$，所以 $A=\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$　……………………………………5 分

（2）设直线 $l:x+2y+1=0$ 上任一点 (x,y) 在矩阵 A 的作用下变为点 (x',y')，

$\therefore\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ 即 $\begin{cases} 3x+3y=x' \\ 2x+4y=y' \end{cases}$　$\therefore\begin{cases} x=\frac{2}{3}x'-\frac{1}{2}y' \\ y=-\frac{1}{3}x'+\frac{1}{2}y' \end{cases}$

代入 $l:x+2y+1=0$ 化简得 $y'+2=0$. ………………10 分

2.解：（1）因为 $k_{PF}=\dfrac{\frac{8}{3}}{2}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow y=\dfrac{4}{3}(x-1)$，联立方程 $\begin{cases}y=\dfrac{4}{3}(x-1)\\ y^2=4x\end{cases}\Rightarrow x_Q=\dfrac{1}{4}$,

则 $\begin{cases}PF=\dfrac{10}{3}\\ QF=\dfrac{5}{4}\end{cases}\Rightarrow d(P)=\dfrac{8}{3}$；　　　　………………4 分

（2）当 $P(-1,0)$ 时，易得 $a=2d(P)-PF=2$，　　　　……5 分

不妨设 $P(-1,y_P)$，$y_P>0$，直线 $PF:x=my+1$，则 $my_P=-2$，

联立 $\begin{cases}x=my+1\\ y^2=4x\end{cases}$，$y^2-4my-4=0$，$y_Q=\dfrac{4m+\sqrt{(4m)^2+16}}{2}=2m+2\sqrt{m^2+1}$，

$$2d(P)-PF=2\frac{y_P}{y_Q}-\sqrt{1+m^2}\,y_P=2\frac{-2}{m\left(2m+2\sqrt{m^2+1}\right)}+\frac{2\sqrt{1+m^2}}{m}=-2\frac{\sqrt{m^2+1}-m}{m}+\frac{2\sqrt{1+m^2}}{m}=2$$

所以存在常数 $a=2$，使得 $2d(P)=PF+a$.　　　　………10 分

仪征中学 2019 届高考考前数学保温练 3 **备用题**

1．已知向量 $\vec{a}=(0,1)$，向量 $\vec{b},\vec{c}$ 满足 $\vec{b}+\vec{c}=(0,-1)$，$\vec{b}-\vec{c}=(-\sqrt{3},0)$，实数 x,y,z 满足 $x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}=(1,1)$ 则 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值为______．$\dfrac{4}{3}$

2．过曲线 $y=2|x-a|+x-a$ 上的点 P 向圆 O：$x^2+y^2=1$ 作两条切线 PA、PB，切点为 A、B，且∠APB＝60°，若这样的点 P 有且只有两个，则 a 的范围是_______．$\left(-\dfrac{2\sqrt{10}}{3},2\sqrt{2}\right)$

3．在△ABC 中，若 AC＝2，$\dfrac{4}{\tan A}+\dfrac{3}{\tan B}=1$，则△ABC 的面积的最大值为_______．$\dfrac{\sqrt{2}+1}{3}$

4．已知正实数 x，y，若 $a(\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{1}{x})^2+\dfrac{y^3}{3x^3}$ 的最小值为 $\dfrac{4}{3}$，则实数 a 的值为_______．$\dfrac{1}{4}$

5． 已知 ΔABC 中，内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，若 $tanB=2tanC$，且 c =2，则 ΔABC 面积的最大值为________．**3**