

§ 1.2 充分条件与必要条件

复习目标

1. 理解必要条件、充分条件与充要条件的含义;
2. 会判断必要条件、充分条件与充要条件;
3. 会探求、证明必要条件、充分条件与充要条件.

课前热身

1. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $ab \neq 0$, 则 $ab > 1$ 是 $a > \frac{1}{b}$ 的()
A.充分不必要条件 B.必要不充分条件 C.充要条件 D.既不充分也不必要条件
2. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a > 1$ ”是“ $a^2 > a$ ”的()
A.充分不必要条件 B.必要不充分条件 C.充要条件 D.既不充分也不必要条件
3. (多选题)设 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x > 2$ 的一个必要不充分条件是()
A. $x < 1$ B. $x > 1$ C. $x > -1$ D. $x > 3$
4. 直线 $x - y - k = 0$ 与圆 $(x - 1)^2 + y^2 = 2$ 有两个不同交点的充要条件是_____.
5. 已知集合 $A = \{x | \frac{1}{3} < 3^x < 27, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | -1 < x < m + 1, m \in \mathbf{R}\}$, 若 $x \in B$ 成立的一个充分不必要条件是 $x \in A$, 则实数 m 的取值范围是_____.
6. “ $a = 1$ ”是“函数 $f(x) = \frac{e^x}{a} - \frac{a}{e^x}$ 是奇函数”的_____条件.

知识梳理

典例研究

考点一 充分、必要条件的判定

例 1. (1) 若 $a > 0, b > 0$, 则“ $a + b \leq 4$ ”是“ $ab \leq 4$ ”的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

(2) “ $a > 2, b > 2$ ”是“ $a + b > 4, ab > 4$ ”的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

考点二 充分、必要条件的应用

例 2. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - 2x - 3)$ 的定义域为集合 A , 函数 $g(x) = 2^x - a(x \leq 2)$ 的值域为集合 B .

(1) 求集合 A, B ;

(2) 已知命题 $p: m \in A$, 命题 $q: m \in B$, 若非 p 是非 q 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

考点三 充要条件的探求

例 3. 已知两个关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4x + 4 = 0$ 和 $x^2 - 4mx + 4m^2 - 4m - 5 = 0$, 求两方程的根都是整数的充要条件.

课堂小结

跟踪反馈

1. “ $0 < m < 2$ ”是“方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{2-m} = 1$ 表示椭圆”的()
A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
2. “不等式 $x^2 - x + m > 0$ 在 R 上恒成立”的一个必要不充分条件是()
A. $m > \frac{1}{4}$ B. $0 < m < 1$ C. $m > 0$ D. $m > 1$
3. 若 $a, b, c, d \in R$, 则“ $a + d = b + c$ ”是“ a, b, c, d 依次成等差数列”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 函数 $f(x) = ax^3 + x + 1$ 有极值的充要条件是()
A. $a > 0$ B. $a \geq 0$ C. $a < 0$ D. $a \leq 0$
5. 设 $p: \ln(2x-1) \leq 0$, $q: (x-a)[x-(a+1)] \leq 0$, 若 q 是 p 的必要而不充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.
6. 设 p : 实数 x 满足 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$, 其中 $a < 0$; q : 实数 x 满足 $x^2 - x - 6 \leq 0$ 或 $x^2 + 2x - 8 > 0$, 且非 p 是非 q 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

纠错补偿

1. 订正： 题号

2. 补偿训练：