

二. 多选题

6. (多选)在 $\triangle ABC$ 中, 下列命题正确的是()

A. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$

B. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \mathbf{0}$

C. 若 $(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{AB} - \vec{AC}) = 0$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形

D. 若 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} > 0$, 则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形

7. (多选)设点 M 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 则下列说法正确的是()

A. 若 $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$, 则点 M 是边 BC 的中点

B. 若 $\vec{AM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$, 则点 M 在边 BC 的延长线上

C. 若 $\vec{AM} = -\vec{BM} - \vec{CM}$, 则点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心

D. 若 $\vec{AM} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 且 $x + y = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle MBC$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{2}$

三. 填空题

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 BC 的延长线上, 且 $\vec{BC} = 3\vec{CD}$, 点 O 在线段 CD 上(与点 C, D 不重合), 若 $\vec{AO} = x\vec{AB} + (1-x)\vec{AC}$, 则 x 的取值范围是_____.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle A$ 的平分线交 BC 于点 D , 若 $AB = 4$, 且 $\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{AC} + \lambda\vec{AB}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), 则 AD 的长为_____.

10. D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC, CA, AB 上的中点, 且 $\vec{BC} = \vec{a}, \vec{CA} = \vec{b}$, 给出下列命题: ① $\vec{AD} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$; ② $\vec{BE} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; ③ $\vec{CF} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$; ④ $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$.

其中正确命题的序号为_____.

四. 解答题

11. 已知 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 的直线与边 AB, AC 分别相交于点 P, Q . 若 $\vec{AP} = \lambda\vec{AB}$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle APQ$ 的面积之比为 $\frac{20}{9}$, 求实数 λ 的值.

12. 已知 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线, $\vec{OA} = \mathbf{a}, \vec{OB} = \mathbf{b}, \vec{OC} = \mathbf{c}, \vec{OD} = \mathbf{d}, \vec{OE} = \mathbf{e}$, 设 $t \in \mathbb{R}$, 如果 $3\mathbf{a} = \mathbf{c}, 2\mathbf{b} = \mathbf{d}, \mathbf{e} = t(\mathbf{a} + \mathbf{b})$, 是否存在实数 t 使 C, D, E 三点在一条直线上? 若存在, 求出实数 t 的值, 若不存在, 请说明理由.