仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(5) 10. 22

班级________________学号_________姓名________________成绩____________.

一、填空题：

1、点(a,b)在两直线$y=x-1$和$y=x-3$之间的带状区域内（含边界），则$f(a,b)=a^2-2ab+b^2+4a-4b$的最小值为__________．5

2、已知正实数x,y满足$(x-1)(y+1)=16$，则$x+y$的最小值为____．8

3、已知$0<a<1$，若$\log_a(2x-y+1)>\log_a(3y-x+2)$，且$\lambda<x+y$，则$\lambda$的最大值为_____．-2．

4、在平面直角坐标 xoy 中，设圆 M 的半径为 1，圆心在直线 x-y-1=0 上,若圆 M 上不存在点 N，使 NO=$\frac{1}{2}NA$,其中 A（0，3），则圆心 M 横坐标的取值范围____.

$$(-\infty,0)\cup\left(\frac{12}{5},+\infty\right)$$

5、椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上存在一点 M，它到左焦点的距离是它到右准线距离的 2 倍，则椭圆离心率的最小值为__▲__. $\frac{\sqrt{17}-3}{2}$

6、设 $P(x，y)$为函数$y=x^2-1\ (x>\sqrt{3})$图象上一动点，记$m=\frac{3x+y-5}{x-1}+\frac{x+3y-7}{y-2}$，则当 m 最小时，点 P的坐标为_____．(2，3)．

答案：$[-5,-2]$

二、解答题：

7、在△ABC中，角 A，B，C的对边分别为 a，b，c，$\tan C=\dfrac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}$.

（1）求角 C的大小；

（2）若△ABC的外接圆直径为 1，求a^2+b^2的取值范围 .

解：(1)因为$\tan C=\dfrac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}$，即$\dfrac{\sin C}{\cos C}=\dfrac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}$ ，

所以$\sin C\cos A+\sin C\cos B=\cos C\sin A+\cos C\sin B$ ，

即 $\sin C\cos A-\cos C\sin A=\cos C\sin B-\sin C\cos B$ ，

得 $\sin(C-A)=\sin(B-C)$ . ...4 分

所以$C-A=B-C$ ，或$C-A=\pi-(B-C)$ (不成立) .

即 $2C=A+B$, 得 $C=\dfrac{\pi}{3}$ . ...7 分

(2)由$C=\dfrac{\pi}{3}$,设$A=\dfrac{\pi}{3}+\alpha, B=\dfrac{\pi}{3}-\alpha,\ 0<A,B<\dfrac{2\pi}{3}$,知$-\dfrac{\pi}{3}<\alpha<\dfrac{\pi}{3}$.

因$a=2R\sin A=\sin A, b=2R\sin B=\sin B$ ， ....8 分

故$a^2+b^2=\sin^2 A+\sin^2 B=\dfrac{1-\cos 2A}{2}+\dfrac{1-\cos 2B}{2}$

$=1-\dfrac{1}{2}\left[\cos(\dfrac{2\pi}{3}+2\alpha)+\cos(\dfrac{2\pi}{3}-2\alpha)\right]=1+\dfrac{1}{2}\cos 2\alpha$ . ...11 分

由$-\dfrac{\pi}{3}<\alpha<\dfrac{\pi}{3}$,知$-\dfrac{2\pi}{3}<2\alpha<\dfrac{2\pi}{3}$, $-\dfrac{1}{2}<\cos 2\alpha\leqslant 1$ ，故$\dfrac{3}{4}<a^2+b^2\leqslant\dfrac{3}{2}$ . ...14 分

（1）因为$\tan\angle ADC=-2$ ，所以$\sin\angle ADC=\dfrac{2\sqrt{5}}{5},\cos\angle ADC=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ . ...2 分

所以$\sin\angle ACD=\sin(\pi-\angle ADC-\frac{\pi}{4})=\sin(\angle ADC+\frac{\pi}{4})$

8、

在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $P(1,\frac{3}{2})$ 在椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上，P 到椭圆 C 的两个焦点的距离之和为4.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若点 M，N 是椭圆 C 上的两点，且四边形 $POMN$ 是平行四边形，求点 M，N 的坐标.

（1）由题意知，$\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1$，$2a=4$. ……………………………………………………2 分

解得 $a^2=4,b^2=3$，所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………4 分

（2）设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 ON 的中点坐标为 $(\frac{x_2}{2},\frac{y_2}{2})$，$PM$ 的中点坐标为 $(\frac{1+x_1}{2},\frac{\frac{3}{2}+y_1}{2})$．

因为四边形 $POMN$ 是平行四边形，所以 $\begin{cases}\frac{1+x_1}{2}=\frac{x_2}{2},\\ \frac{\frac{3}{2}+y_1}{2}=\frac{y_2}{2}.\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x_1=x_2-1,\\ y_1=y_2-\frac{3}{2}.\end{cases}$ ………………6 分

由点 M，N 是椭圆 C 的两点，所以 $\begin{cases}3x_2^2+4y_2^2=12,\\ 3(x_2-1)^2+4(y_2-\frac{3}{2})^2=12.\end{cases}$ ………………8 分

解得 $\begin{cases}x_2=2,\\ y_2=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_2=-1,\\ y_2=\frac{3}{2}.\end{cases}$ …………………………………………………………………12 分

由 $\begin{cases}x_2=2,\\ y_2=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1=1,\\ y_1=-\frac{3}{2}.\end{cases}$ 由 $\begin{cases}x_2=-1,\\ y_2=\frac{3}{2},\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1=-2,\\ y_1=0.\end{cases}$

所以，点 $M(1,-\frac{3}{2})$，$N(2,0)$；或 $M(-2,0)$，$N(-1,\frac{3}{2})$．……………………14 分