

掌握知识、培养情感、提升能力的生长点,才能打造出基于学生主体的孕育数学核心素养的课堂教学.

参考文献

[1]林婷.“有效生成”——未曾预约的精彩[J].数学通报,

2011(5):45-47.

[2]徐惠杰.体验知识生成 感受数学之美[J].高中数学教与学,2019(5):16-18.

数学新情境问题教学的几点思考

江西省南丰一中 (344500) 肖志强

近年来,教育部相关部门对高考命题提出了不少具体要求,其中强调要“加强情境创设”.并认为“情境是高考评价体系的载体”,情境题能更好地考查学生的创新精神、实践能力及学生的核心素养,可见情境问题在高考中的重要地位.在数学高考考查方式中,问题情境和情境活动是通过文字与符号的形式进行的“以生考熟”问题转化的能力.为应对新高考中的情境背景要求,一线教师该采取什么应对的策略呢?

1. 准确掌握基本概念,重视概念的生成过程

数学概念是构建数学理论大厦的基石,是导出数学定理和数学法则的逻辑基础,是数学学科的灵魂和精髓.只有掌握好概念,才能充分认识事物的本质,做出正确的判断与推理,才能够更好地解决一些由基本概念衍生出的新情境数学问题.概念教学过程,首先应重视教材中呈现的概念和方法,回顾概念的学习过程,重演定理的推导过程,从而加深对概念的理解并会对重点方法学会应用;其次应以问题为导向进行教学优化,要注意问题设计的有序性,层次性,广度性,深度性,在有效问题分析探索的基础上提高对概念的理解,强化“四基四能”,提高数学概念复习教学效果;在掌握和理解了一定的基础知识后,引导学生领悟深层知识(隐性知识)及其中的指数学思想和方法,使基础知识的掌握达到一个质的“飞跃”.

案例1 若一系列函数的解析式相同、值域相同,但其定义域不同,则称这些函数为“同族函数”,那么函数解析式为 $y = x^2$, 值域为 $\{1, 4\}$ 的“同族函数”共有_____个.

解析: 设函数 $y = x^2$ 的定义域为 D , 其值域为 $\{1, 4\}$, 易知 D 的所有情形的个数,即是同族函数的个数. D 的所有情形为 $\{-1, 2\}, \{-1, -2\}, \{1, 2\}, \{1, -2\}, \{-2, 2\}, \{-2, -2\}, \{-1, 1, -2\}, \{-1, 2, -2\},$

$\{1, 2, -2\}, \{-1, 1, 2, -2\}$, 共9个.

上述案例是新定义情境下的函数概念试题,本题给出了函数解析式相同、值域相同但定义域不同的“同族函数”新概念,其实质考查的是学生在新定义情境下对函数三要素的理解.

2. 重视阅读方法引导,培养学生数学阅读能力

数学阅读能力是各种数学思维的基础和前提,其直接影响到学生数学学习过程中问题解决能力的形成和发展.目前学生数学阅读存在的问题是阅读能力低,概念模糊,无法理顺数据关系,不能顺利转化问题;生活常识匮乏,读不懂题,在新的情境中学生很难找出关键信息,关键信息的提炼不到位;教师没有给予学生阅读方法指导,忽视学生读题、审题、分析习惯的养成,等等.为此,教学中应重视阅读能力的训练.对概念的学习,要引导学生阅读,仔细辨析,找出概念的内涵和外延,达到理解要求.公式、定理、法则等教学要突出问题的背景、发生发展过程;解题教学过程中应引导学生认真读题,明确题意,学会搜集和处理信息的方法.

案例2 (2020年高考北京卷15题)为满足人民对美好生活的向往,环保部门要求相关企业加强污水治理,排放未达标的企业要限期整改.设企业的污水排放量 W 与时间 t 的关系为 $W = f(t)$, 用 $-\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 的大小评价在 $[a, b]$ 这段时间内企业污水治理能力的强弱,已知整改期内,甲、乙两企业的污水排放量与时间的关系如图1所示.给出下列四个结论:①在 $[t_1, t_2]$ 这段时间内,甲企业的污水治理能力比乙企业强;②在 t_2 时刻,甲企业的污水治理能力比乙企业强;③在 t_3 时刻,甲、乙两企业的污水排放都已达标;④甲企业在 $[0, t_1], [t_1, t_2], [t_2, t_3]$ 这三段时间中,在 $[0, t_1]$ 的污水治理能力最

强. 其中所有正确结论的序号是_____.

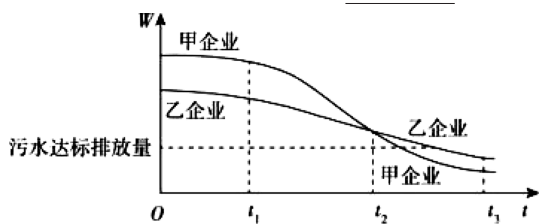


图 1

解析:该题在实际情境中考查了平均变化率和瞬时变化率问题,题目改编自教材.通过污水治理的情境,学生完成阅读理解,直观地理解平均变化率的数学表达式 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$,进而理解瞬时变化率的意义和导数的几何意义.易得正确结论序号为①②③.

3. 加强问题情景题的训练,掌握问题解决的化归思想

“解题就是把要解的题转化为已经解过的题”,作为问题解决一般的化归思想,其实质就是“以生考熟”,就是用陌生的问题情境考查熟悉的知识和方法.

案例 3 (2015 高考新课标 I 理 16) 如图 2, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B = \angle C = 75^\circ$, $BC = 2$, 则 AB 的取值范围是_____.

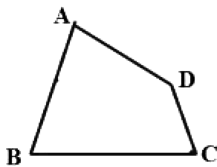


图 2

解析:如图 3, 补形成 $\triangle BCE$, 把四边形问题转化为解三角形问题, 在 $\triangle BCF$ 中, $BF = \frac{BC \sin 30^\circ}{\sin 75^\circ} =$

$$\frac{2 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}, \text{ 在 } \triangle BCE \text{ 中, } BE =$$

$$= \frac{BC \sin 75^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{6} +$$

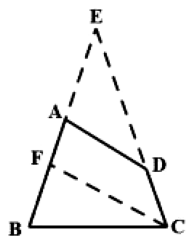


图 3

$\sqrt{2}$, 所以 AB 的取值范围是 $(\sqrt{6} - \sqrt{2}, \sqrt{6} + \sqrt{2})$.

案例 4 (2009 高考重庆卷 9) 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 50° , P 为空间中任意一点, 则过点 P 且与平面 α 和平面 β 所成的角都是 25° 的直线的条数为().

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

解析:设平面 α, β 的法线分别为 m, n , m 与 n 所成的角是 50° , 过点 P 的直线与平面所成的角是 25° , 则与平面的法线所成的角是 65° , 问题即转化为: 已知两直线 m 与 n 所成的角是 50° , 则过空间中一点 P 与 m, n 所成的角都是 65° 的直线有几条? 易知选 B.

案例 5 如图 4, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是 B_1C 的中点, Q, R 分别在 BC, BD 上, 则 $\triangle PQR$ 周长的最小值为_____.

解析:在一次周练中, 大多数同学得出结果是 $2 + \sqrt{2}$, 这也是资料中给出的答案. 只有少数同学得出正确答案 $\sqrt{3} + 1$.

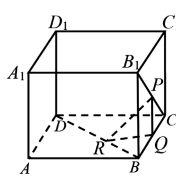


图 4

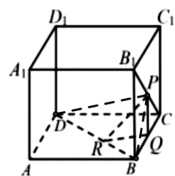


图 5

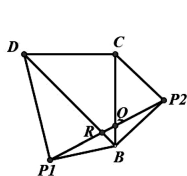


图 6

实际上, 本题可转换成问题: 如图 5, 一只蚂蚁从三棱锥 $P - BCD$ 的顶点 P 出发, 沿表面绕经棱 BD 和 BC 回到点 P , 最短路径长为_____.

问题转化后, 同学们很快就能从原有认知结构中找到解决问题的方法: 如图 6, 将平面 PBD 沿棱 BD 翻折到 P_1BD 位置、平面 PBC 沿棱 BC 翻折到 P_2BC 位置, 即将两侧面展开与底面在一个面上, 连接 P_1P_2 , 则 $P_1P_2 = \sqrt{P_1B^2 + P_2B^2 - 2P_1B \cdot P_2B \cos 150^\circ} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$.

新情境的试题在近年高考中出现的频率很高, 创新更明显, 越加体现出对学生数学应用能力和数学阅读能力的要求, 也体现了对数学学科素养的考查. 我们教学中, 应更强调牢牢把握数学教学的新课程理念, 真正落实从“四基”“四能”到“三会”, 再到“核心素养”这一主线, 真正达到强化概念基础、培养数学阅读能力、掌握化归思想的目标.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准[M]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [2] 薛燕. 谈数学阅读理解能力的培养策略[J]. 中学教学研究(广州), 2013(24): 6-7.