江苏省仪征中学 2020-2021 学年度第一学期高二数学

巩固练习（5）

1. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_n=1-\frac{1}{a_{n-1}}(n\geq 2)$，则$a_{2021}$等于（　　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

【答案】C

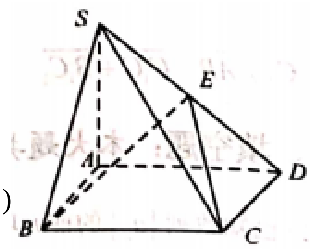
2. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线过点$(2,\sqrt{3})$，且双曲线的一个焦点在抛物线$y^2=4\sqrt{7}x$的准线上，则双曲线的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{21}-\frac{y^2}{28}=1$　B. $\frac{x^2}{28}-\frac{y^2}{21}=1$　C. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$　D. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

【答案】D

3. 如图，在四棱锥 S—ABCD 中，底面 ABCD 是矩形，SA⊥平面 ABCD，AD＝SA＝2，AB＝1，点 E 是棱 SD 的中点．则二面角 E—BC—D 的大小为（　　）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{6}$



【答案】B

4.（多选）已知 $a>0$，$b>0$，且 $a^2+b^2=2$，则下列不等式中一定成立的是（　　）

A．$ab\leq 1$　　B．$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\leq 2$　　C．$\lg a+\lg b\leq 1$　　D．$a+b\leq 2$

答案：AD

5. 已知四棱柱$ABCD-A_1BC_1D_1$的底面$ABCD$是矩形，

$AB=5$，$AD=3$，$AA_1=4$，$\angle BAA_1=\angle DAA_1=60°$，则$AC_1=$____

【答案】$\sqrt{82}$

6. 已知F_1，F_2是椭圆与双曲线的公共焦点，P 是它们的一个公共点，且$|PF_1|>|PF_2|$，线段PF_1的垂直平分线过F_2，若椭圆的离心率为e_1，双曲线的离心率为e_2，则$\frac{3}{e_1}+\frac{e_2}{4}$的最小值为______.

【答案】$6+\sqrt{3}$

7. 已知椭圆$C:9x^2+y^2=m^2(m>0)$,直线l不过原点O且不平行于坐标轴，l与C有两个交点A，B，线段AB的中点为M．

（Ⅰ）证明：直线OM的斜率与l的斜率的乘积为定值；

（Ⅱ）若l过点$(\frac{m}{3},m)$，延长线段OM与C交于点P，四边形$OAPB$能否为平行四边形？若能，求此时l的斜率，若不能，说明理由．

【答案】（Ⅰ）详见解析；（Ⅱ）能，$4-\sqrt{7}$或$4+\sqrt{7}$.

解：(1)设直线$l:y=kx+b\ (k\neq 0,b\neq 0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$M(x_M,y_M)$.

∴由$\begin{cases} y=kx+b \\ 9x^2+y^2=m^2 \end{cases}$得$(k^2+9)x^2+2kbx+b^2-m^2=0$，

∴$x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{kb}{k^2+9}$，$y_M=kx_M+b=\frac{9b}{k^2+9}$.

∴直线OM的斜率$k_{OM}=\frac{y_M}{x_M}=-\frac{9}{k}$，即$k_{OM}\cdot k=-9$.

即直线OM的斜率与l的斜率的乘积为定值-9.

（2）四边形$OAPB$能为平行四边形.

∵直线l过点$(\frac{m}{3},m)$，∴l不过原点且与C有两个交点的充要条件是$k>0$，$k\neq 3$

由（Ⅰ)得OM的方程为$y=-\frac{9}{k}x$．设点P的横坐标为x_P.

∴由$\begin{cases} y=-\frac{9}{k}x, \\ 9x^2+y^2=m^2, \end{cases}$得${x_P}^2=\frac{k^2m^2}{9k^2+81}$，即$x_P=\frac{\pm km}{3\sqrt{k^2+9}}$

将点$(\frac{m}{3},m)$的坐标代入直线l的方程得$b=\frac{m(3-k)}{3}$，因此$x_M=\frac{mk(k-3)}{3(k^2+9)}$.

四边形$OAPB$为平行四边形当且仅当线段AB与线段OP互相平分，即$x_P=2x_M$

∴$\frac{\pm km}{3\sqrt{k^2+9}}=2\times\frac{mk(k-3)}{3(k^2+9)}$．解得$k_1=4-\sqrt{7}$，$k_2=4+\sqrt{7}$.

∵$k_i>0,k_i\neq 3$，$i=1$，2，∴当l的斜率为$4-\sqrt{7}$或$4+\sqrt{7}$时，四边形$OAPB$为平行四边形.