江苏省仪征中学2019届高三年级下学期3月份冲刺二模热身训练7

班级__________姓名__________学号__________日期__________

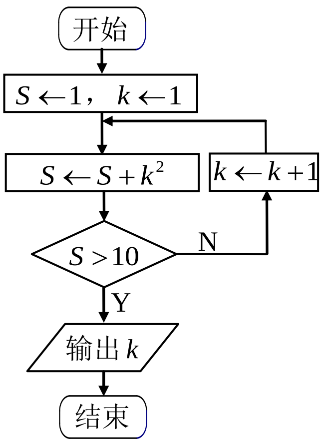
一、填空题

1. 复数 $\frac{1-\mathrm{i}}{(1+\mathrm{i})^2}$（i 是虚数单位）的虚部为________.

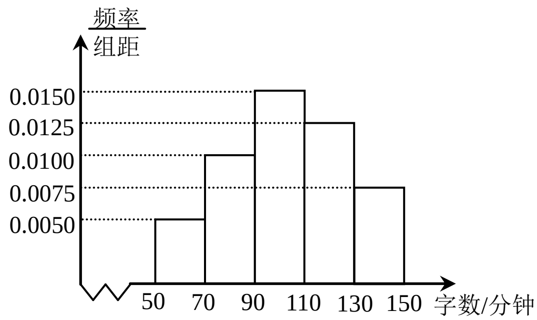
2. 已知集合 $U=\{x\,|\,x>0\}$，$A=\{x\,|\,x\geqslant 2\}$，则 $\complement_U A=$________.

3. 某人随机播放甲、乙、丙、丁 4 首歌曲中的 2 首，则甲、乙 2 首歌曲至少有 1 首被播放的概率是________.

4. 右图是一个算法流程图，则输出的 k 的值是________.



（第 4 题）



（第 8 题图）

5. 为了解高中生用电脑输入汉字的水平，随机抽取了部分学生进行每分钟输入汉字个数测试，下图是根据抽样测试后的数据绘制的频率分布直方图，其中每分钟输入汉字个数的范围是[50，150]，样本数据分组为[50，70)，[70，90)，[90，110)，[110，130)，[130，150]，已知样本中每分钟输入汉字个数小于 90 的人数是 36，则样本中每分钟输入汉字个数大于或等于 70 个并且小于 130 个的人数是________

6. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．若公差 $d=2$，$a_5=10$，则 S_{10} 的值是________.

7. 在锐角△ABC 中，$AB=3$，$AC=4$．若△ABC 的面积为 $3\sqrt{3}$，则 BC 的长是________

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$（$a>0$）经过抛物线 $y^2=8x$ 的焦点，则该双曲线的离心率是________.

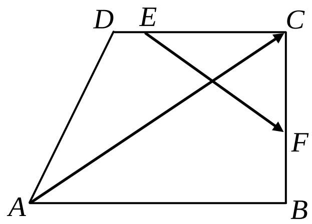
9. 关于直线 $m,\ n$ 和平面 $\alpha,\ \beta$，有以下四个命题：

①若$m // \alpha,\ n // \beta,\ \alpha // \beta$，则$m // n$；②若$m // n,\ m \subset \alpha,\ n \perp \beta$，则$\alpha \perp \beta$；

③若$\alpha \cap \beta = m,\ m // n$，则$n // \alpha$且$n // \beta$；④若$m \perp n,\ \alpha \cap \beta = m$，则$n \perp \alpha$或$n \perp \beta$.

其中假命题的序号是________

10．如图，在直角梯形$ABCD$中，$AB // DC$，$\angle ABC = 90°$，$AB = 3$，$BC = DC = 2$．若E, F分别是线段DC和BC上的动点，则$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF}$的取值范围是________.



（第 12 题）

11．在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(0,-2)$，点$B(1,-1)$，P为圆$x^2 + y^2 = 2$上一动点，则$\dfrac{PB}{PA}$的最大值是____.

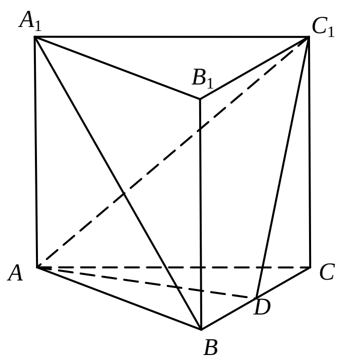
12．已知函数$f(x) = \begin{cases} x, & x \geqslant a, \\ x^3 - 3x, & x < a. \end{cases}$若函数$g(x) = 2f(x) - ax$恰有 2 个不同的零点，则实数$a$的取值范围是________

二、解答题

13、如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D为棱BC上一点.

（1）若$AB=AC$，D为棱BC的中点，求证：平面$ADC_1 \perp$平面BCC_1B_1;

（2）若$A_1B //$平面ADC_1，求$\dfrac{BD}{DC}$的值.



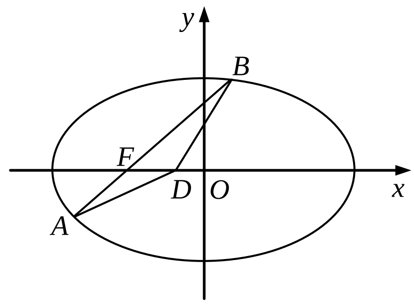
（第 13 题图）

14、在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左焦点为 $F(-1，0)$，且经过点 $(1，\dfrac{3}{2})$.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）已知椭圆的弦 AB 过点 F，且与 x 轴不垂直.

若 D 为 x 轴上的一点，$DA=DB$，求 $\dfrac{AB}{DF}$ 的值.

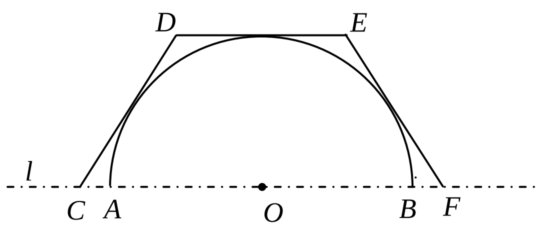


（第 14 题）

15、如图，半圆 AOB 是某爱国主义教育基地一景点的平面示意图，半径 OA 的长为 1 百米．为了保护景点，基地管理部门从道路 l 上选取一点 C，修建参观线路 C–D–E–F，且 CD，DE，EF 均与半圆相切，四边形 $CDEF$ 是等腰梯形．设 $DE=t$ 百米，记修建每 1 百米参观线路的费用为 $f(t)$ 万元，经测算 $f(t)=\begin{cases}5, & 0<t\leqslant\dfrac{1}{3},\\ 8-\dfrac{1}{t}, & \dfrac{1}{3}<t<2.\end{cases}$

（1）用 t 表示线段 EF 的长；

（2）求修建该参观线路的最低费用.



（第 15 题）

附加题

1、在平面直角坐标系 xOy 中，设点 $A(-1,2)$ 在矩阵 $M=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ 对应的变换作用下得到点 A'，将点 $B(3,4)$ 绕点 A' 逆时针旋转 $90°$ 得到点 B'，求点 B' 的坐标.

2、在极坐标系中，已知圆 C 的圆心在极轴上，且过极点和点 $(3\sqrt{2},\frac{\pi}{4})$，求圆 C 的极坐标方程.

3、从 0，1，2，3，4 这五个数中任选三个不同的数组成一个三位数，记 X 为所组成的三位数各位数字之和.

（1）求 X 是奇数的概率；

（2）求 X 的概率分布列及数学期望.

江苏省仪征中学2019届高三年级下学期3月份冲刺二模热身训练7答案

一、填空题

1、$-\frac{1}{2}$　2、$\{x\,|\,0<x<2\}$　**3.** $\frac{5}{6}$　**4.** 3　**5 .10**　**6.** 110　**7.** $\sqrt{13}$

8. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　**9.** ①③④　**10.** $[-4,6]$　**11.** 2　**12.** $(-\frac{3}{2}，2)$

二、解答题

13、

14、（1）由题意，知$2a=\sqrt{(1+1)^2+(\frac{3}{2})^2}+\sqrt{(1-1)^2+(\frac{3}{2})^2}=4$，

所以$a=2$．又$c=1$，$a^2=b^2+c^2$，所以$b=\sqrt{3}$，所以椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$．

（2）方法1：设直线AB的方程为$y=k(x+1)$．

① 若k=0时，AB=2a=4，FD=FO=1，所以$\frac{AB}{DF}=4$；

② 若$k\neq 0$时，$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，AB的中点为$M(x_0，y_0)$，代入椭圆方程，整理得 $(3+4k^2)x^2+8k^2x+4k^2-12=0$，所以$x_1=\frac{-4k^2-6\sqrt{k^2+1}}{3+4k^2}$，$x_2=\frac{-4k^2+6\sqrt{k^2+1}}{3+4k^2}$，

所以$x_0=-\frac{4k^2}{3+4k^2}$，　所以$y_0=k(x_0+1)=\frac{3k}{3+4k^2}$，

所以AB的垂直平分线方程为$y-\frac{3k}{3+4k^2}=-\frac{1}{k}\left(x+\frac{4k^2}{3+4k^2}\right)$．

因为DA=DB，所以点D为AB的垂直平分线与x轴的交点，

所以$D(-\frac{k^2}{3+4k^2},0)$，所以$DF=-\frac{k^2}{3+4k^2}+1=\frac{3+3k^2}{3+4k^2}$．

由$\frac{AF}{x_1+4}=\frac{1}{2}$，得$AF=\frac{1}{2}(x_1+4)$，

同理$BF=\frac{1}{2}(x_2+4)$．所以$AB=AF+BF=\frac{1}{2}(x_1+x_2)+4=x_0+4=\frac{12+12k^2}{3+4k^2}$．

所以$\frac{AB}{DF}=4$，综上，得$\frac{AB}{DF}$的值为4.

方法2：① 若直线AB与x轴重合，$\frac{AB}{DF}=4$．

② 若直线AB不与x轴重合，设$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，

则AB的中点为$M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，

所以 AB 的垂直平分线方程为 $y-\frac{y_1+y_2}{2}=-\frac{x_1-x_2}{y_1-y_2}(x-\frac{x_1+x_2}{2})$.

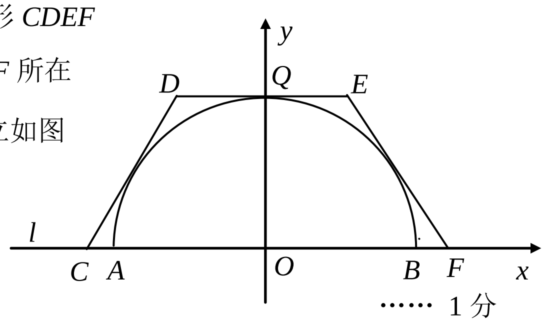
令 y=0，得 $x_D=\frac{y_1^2-y_2^2}{2(x_1-x_2)}+\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{y_1^2-y_2^2+x_1^2-x_2^2}{2(x_1-x_2)}$

$$=\frac{3(1-\frac{1}{4}x_1^2)+3(1-\frac{1}{4}x_2^2)+x_1^2-x_2^2}{2(x_1-x_2)}=\frac{\frac{1}{4}x_1^2-\frac{1}{4}x_2^2}{2(x_1-x_2)}=\frac{x_1+x_2}{8}.$$

所以 $DF=\frac{x_1+x_2}{8}+1$.　　同方法一，有 $AB=\frac{1}{2}(x_1+x_2)+4$ ，　所以 $\frac{AB}{DF}=4$.

综上，得 $\frac{AB}{DF}$ 的值为 4.

15、设 DE 与半圆相切于点 Q，则由四边形 $CDEF$ 是等腰梯形知 $OQ\perp l$ ，DQ＝QE，以 OF 所在直线为 x 轴，OQ 所在直线为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系 xOy.



（1）方法一：由题意得，

点 E 的坐标为 $(\frac{t}{2},1)$ ，　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…… 1 分

设直线 EF 的方程为 $y-1=k(x-\frac{t}{2})$ （ $k<0$ ），

即 $kx-y+1-\frac{1}{2}tk=0$.

因为直线 EF 与半圆相切，

所以圆心 O 到直线 EF 的距离为 $\frac{|1-\frac{1}{2}tk|}{\sqrt{k^2+1}}=1$ ，解得 $k=\frac{4t}{t^2-4}$.　　…… 3 分

代入 $y-1=k(x-\frac{t}{2})$ 可得，点 F 的坐标为 $(\frac{t}{4}+\frac{1}{t},0)$.　　　　　　…… 5 分

所以 $EF=\sqrt{(\frac{t}{4}+\frac{1}{t}-\frac{t}{2})^2+1}=\frac{t}{4}+\frac{1}{t}$,

即 $EF=\frac{t}{4}+\frac{1}{t}$ （ $0<t<2$ ）.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…… 7 分

附加题

【解析】

试题分析：先根据矩阵运算确定 $A'(1,2)$，再利用向量旋转变换 $N=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ 确定：$\overrightarrow{A'B'}$. 因为 $\overrightarrow{A'B}=(2,2)$, $\overrightarrow{A'B'}=(x-1,y-2)$，所以 $\begin{cases}x=-1\\ y=4\end{cases}$

试题解析：解：设 $B'(x,y)$，

依题意，由 $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$，得 $A'(1,2)$． .... 4 分

则 $\overrightarrow{A'B}=(2,2)$, $\overrightarrow{A'B'}=(x-1,y-2)$．

记旋转矩阵 $N=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，.. 6 分

则 $\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x-1\\ y-2\end{bmatrix}$，即 $\begin{bmatrix}-2\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x-1\\ y-2\end{bmatrix}$，解得 $\begin{cases}x=-1\\ y=4\end{cases}$，

所以点 B' 的坐标为 $(-1,4)$． .... 10 分

2、【解】方法一：因为圆心 C 在极轴上且过极点，

所以设圆 C 的极坐标方程为 $\rho=a\cos\theta$，

又因为点 $(3\sqrt{2},\frac{\pi}{4})$ 在圆 C 上，

所以 $3\sqrt{2}=a\cos\frac{\pi}{4}$，解得 $a=6$.

所以圆 C 的极坐标方程为 $\rho=6\cos\theta$.

方法二：点 $(3\sqrt{2},\frac{\pi}{4})$ 的直角坐标为 $(3,3)$，

因为圆 C 过点 $(0,0)$，$(3,3)$，

所以圆心 C 在直线为 $x+y-3=0$ 上.

又圆心 C 在极轴上，

所以圆 C 的直角坐标方程为 $(x-3)^2+y^2=9$.

所以圆 C 的极坐标方程为 $\rho=6\cos\theta$.

3、解：（1）记“X 是奇数”为事件 A，

能组成的三位数的个数是 48.　　　　……………………………2 分

X 是奇数的个数有 28，所以 $P(A)=\frac{28}{48}=\frac{7}{12}$.

答：X 是奇数的概率为 $\frac{7}{12}$.　　　　………………………………4 分

（2） X 的可能取值为 3，4，5，6，7，8，9.

当 $X=3$ 时，组成的三位数只能是由 0，1，2 三个数字组成，所以 $P(X=3)=\frac{4}{48}=\frac{1}{12}$ ；

当 $X=4$ 时，组成的三位数只能是由 0，1，3 三个数字组成，所以 $P(X=4)=\frac{4}{48}=\frac{1}{12}$ ；

当 $X=5$ 时，组成的三位数只能是由 0，1，4 或 0，2，3 三个数字组成，所以 $P(X=5)=\frac{8}{48}=\frac{1}{6}$

当 $X=6$ 时，组成的三位数只能是由 0，2，4 或 1，2，3 三个数字组成，所以 $P(X=6)=\frac{10}{48}=\frac{5}{24}$ ；

当 $X=7$ 时，组成的三位数只能是由 0，3，4 或 1，2，4 三个数字组成，所以 $P(X=7)=\frac{10}{48}=\frac{5}{24}$ ；

当 $X=8$ 时，组成的三位数只能是由 1，3，4 三个数字组成，所以 $P(X=8)=\frac{6}{48}=\frac{1}{8}$ ；

当 $X=9$ 时，组成的三位数只能是由 2，3，4 三个数字组成，所以 $P(X=9)=\frac{6}{48}=\frac{1}{8}$ ；学科网

…………………………8 分

所以 X 的概率分布列为：

X	3	4	5	6	7	8	9
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

$E(X)=3\times\frac{1}{12}+4\times\frac{1}{12}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{5}{24}+7\times\frac{5}{24}+8\times\frac{1}{8}+9\times\frac{1}{8}=\frac{25}{4}$.　……………………10 分