

§2.5 对数与对数函数

复习目标

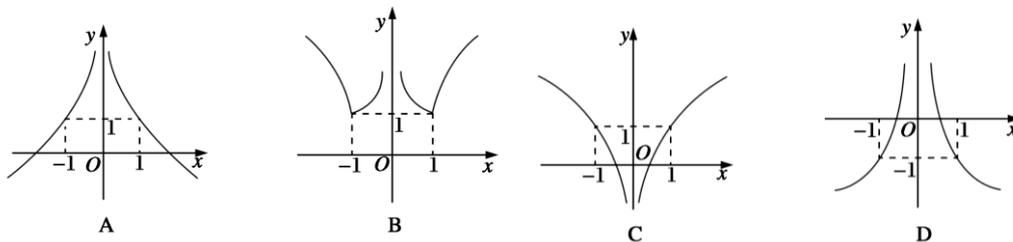
1. 理解对数的概念及运算性质，知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数；
2. 通过实例，了解对数函数的概念，会画对数函数的图象，理解对数函数的单调性与特殊点；
3. 了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x (a>0, \text{且 } a\neq 1)$ 互为反函数 .

课前热身

1. $\log_2 9 \times \log_3 4 + 2\log_5 10 + \log_5 0.25 = (\quad)$

- A.0 B.2 C.4 D.6

2. 函数 $f(x)=\log_a |x|+1 (0<a<1)$ 的图象大致为()



3. 已知 $a=\log_2 7, b=\log_3 8, c=0.3^{0.2}$, 则 a, b, c 的大小关系为()

- A. $c < b < a$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

4. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数，且在区间 $[0, +\infty)$ 内单调递增. 若实数 a 满足 $f(\log_4 a) + f(\log_{0.25} a) \leq 2f(1)$, 则 a 的取值范围是()

- A. $[\frac{1}{4}, 2]$ B. $[\frac{1}{4}, 4]$ C. $[\frac{1}{2}, 2]$ D. $[\frac{1}{2}, 4]$

5. (多选) 已知函数 $f(x)$ 的图象与 $g(x)=2^x$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，令 $h(x)=f(1-|x|)$, 则关于函数 $h(x)$ 有下列说法，其中正确的说法为()

- A. $h(x)$ 的图象关于原点对称 B. $h(x)$ 的图象关于 y 轴对称
 C. $h(x)$ 的最大值为 0 D. $h(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增

6. 已知函数 $y=\log_a(2x-3)+2 (a>0 \text{ 且 } a\neq 1)$ 的图象恒过定点 A , 若点 A 也在函数 $f(x)=3^x+b$ 的图象上, 则 $b=$ _____.

知识梳理

典例研究

考点一 对数的运算

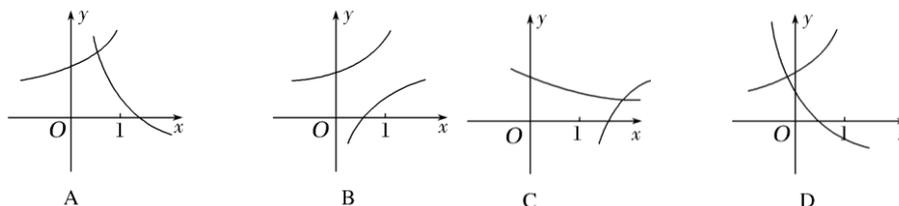
例 1. (1) (多选)若 $10^a=4$, $10^b=25$, 则()

- A. $a+b=2$ B. $b-a=1$ C. $ab>8\lg^2 2$ D. $ba>\lg 6$

(2) 计算: $\log_5 35 + 2\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} - \log_5 \frac{1}{50} - \log_5 14 =$ _____.

考点二 对数函数的图象及应用

例 2. (1) 在同一直角坐标系中, 函数 $y=\frac{1}{a^x}$, $y=\log_a(x+\frac{1}{2})$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象可能是()



(2) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2 x, & x>0, \\ 3^x, & x\leq 0, \end{cases}$ 关于 x 的方程 $f(x)+x-a=0$ 有且只有一个实根, 则实数 a 的取值范围是_____

考点三 对数函数的性质及应用

例 3. (1) 设 $a=\log_3 e$, $b=e^{1.5}$, $c=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}$, 则()

- A. $b<a<c$ B. $c<a<b$ C. $c<b<a$ D. $a<c<b$

(2) 设函数 $f(x)=\begin{cases} \log_2 x, & x>0, \\ \log_{\frac{1}{2}}(-x), & x<0. \end{cases}$ 若 $f(a)>f(-a)$, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $(-1,0)\cup(0,1)$ B. $(-\infty, -1)\cup(1, +\infty)$ C. $(-1,0)\cup(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)\cup(0,1)$

例 4. (1) (多选) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{2x+1}{2x-1}$, 下列说法正确的是()

- A. $f(x)$ 为奇函数
 B. $f(x)$ 为偶函数
 C. $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 上单调递减
 D. $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

(2) 已知函数 $f(x) = \log_a(8-ax)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), 若 $f(x) > 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____

课堂小结

跟踪反馈

1. 设 $a = 3^{0.7}$, $b = (\frac{1}{3})^{-0.8}$, $c = \log_{0.7} 0.8$, 则 a, b, c 的大小关系为()

A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

2. (多选) 已知函数 $f(x) = \log_2(1-|x|)$, 则关于函数 $f(x)$ 有下列说法, 其中正确的说法为()

A. $f(x)$ 的图象关于原点对称 B. $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称
 C. $f(x)$ 的最大值为 0 D. $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增

3. (多选) 已知函数 $f(x) = \ln x + \ln(2-x)$, 则()

A. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上单调递增 B. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上的最大值为 0
 C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称 D. $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称

4. 函数 $y = \sqrt{\frac{\log_2(2x-1)}{3}}$ 的定义域是_____.

5. 设实数 a, b 是关于 x 的方程 $|\lg x| = c$ 的两个不同实数根, 且 $a < b < 10$, 则 abc 的取值范围是_____.

6. 已知函数 $f(x)=3-2\log_2x$, $g(x)=\log_2x$.

(1) 当 $x \in [1, 4]$ 时, 求函数 $h(x)=[f(x)+1]g(x)$ 的值域;

(2) 如果对任意的 $x \in [1, 4]$, 不等式 $f(x^2)f(\sqrt{x}) > k g(x)$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

纠错补偿

1. 订正: 题号

2. 补偿训练: