江苏省仪征中学2019届高三（上）期中考试热身练习2

班级_________ 姓名_________ 学号_________ 评价_________

一、填空题：

1．设集合 $A=\{1,2,3\}$， $B=\{2,4,6\}$，则 $A\cup B$ ________.

2．已知复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=\mathrm{i}$，其中 i 为虚数单位，则复数 z 的实部为________.

3．函数 $f(x)=2\sin(\dfrac{\pi}{3}x+\dfrac{1}{4})$ 的周期为________.

4．设命题 p：$\forall x>0$，$ln(x+1)>0$. 则$\neg p$ 为____________________.

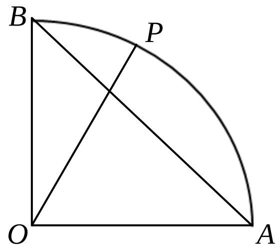
5．双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的离心率为_______.

6．设函数 $f(x)=1-x\sin x$ 在 $x=x_0$ 处取极值，则 $(1+x_0^2)(1+\cos 2x_0)=$______.

7．过 $M(\dfrac{1}{2},1)$ 的直线 l 与圆 C：$(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A、B 两点，当$\angle ACB$ 最小时，直线的方程为________________.

8．已知函数 $y=f(x+2)$ 的图象关于直线 $x=-2$ 对称，且当 $x\in(0,+\infty)$ 时， $f(x)=\left|\log_2{}^x\right|$. 若 $a=f(-3),b=f(\dfrac{1}{4}),c=f(2)$, 则 a,b,c 由大到小的顺序是______________.

9．如图，在半径为 2 的扇形 AOB 中， $\angle AOB=90^\circ$， P 为 AB 上的一点，若 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}=2$，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的值为_______.



10．已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}+1$（ e 为自然对数的底数），若 $f(2x-1)+f(4-x^2)>2$，则实数 x 的取值范围为_______.

11．已知实数 x,y 满足 $x^2+y^2=3$，$|x|\neq|y|$，则 $\dfrac{1}{\left(2x+y\right)^2}+\dfrac{4}{\left(x-2y\right)^2}$ 的最小值为_____.

12．已知点 P 是圆 $O:x^2+y^2=4$ 上的动点，点 $A(4,0)$，若直线 $y=kx+1$ 上总存在点 Q，使点 Q 恰是线段 AP 的中点，则实数 k 的取值范围为___________.

二、解答题：

1. 已知向量$\overrightarrow{m}=(2,-1),\overrightarrow{n}=(\sin\dfrac{A}{2},\cos(B+C))$, 角$A,B,C$为$\Delta ABC$的内角，其所对的边分别为$a,b,c.$

（1）当$\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}$取得最大值时，求角$A$的大小；

（2）在（1）成立的条件下，当$a=\sqrt{3}$时，求b^2+c^2的取值范围.

2. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$过点$(0,\sqrt{2})$，且满足$a+b=3\sqrt{2}$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）斜率为$\dfrac{1}{2}$的直线交椭圆C于两个不同点A，B，点M的坐标为$(2,1)$，设直线MA与MB的斜率分别为k_1，k_2.

① 若直线过椭圆C的左顶点，求此时k_1，k_2的值；

② 试探究k_1+k_2是否为定值？并说明理由.

答案：

一、填空题：

1． $\{1,2,3,4,6\}$； 2． $\frac{1}{2}$； 3． 6； 4． $\exists x>0$，$ln(x+1)\le 0$. 5． 2；6. 2；

7． $2x-4y+3=0$； 8． $b>a>c$； 9． $-2+2\sqrt{3}$； 10． $(-1,3)$； 11． $\frac{3}{5}$； 12． $[-\frac{4}{3},0]$.

二、解答题:

1. 解：（1） $\vec{m}\cdot\vec{n}=2\sin\frac{A}{2}-\cos(B+C)=2\sin\frac{A}{2}+\cos A=-2\sin^2\frac{A}{2}+2\sin\frac{A}{2}+1$，令 $t=\sin\frac{A}{2}$，

$t\in(0,1)$，原式 $=-2t^2+2t+1$，当 $t=\frac{1}{2}$，即 $\sin\frac{A}{2}=\frac{1}{2}$，$\angle A=\frac{\pi}{3}$时，$\vec{m}\cdot\vec{n}$取得最大值.

（2）当$\angle A=\frac{\pi}{3}$时，$\angle B+\angle C=\frac{2\pi}{3}$，$B\in(0,\frac{2\pi}{3})$.由正弦定理得：$\frac{a}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2=2R$ （R为ΔABC的外接圆半径）

于是$b^2+c^2=(2R\sin B)^2+(2R\sin C)^2=(2\sin B)^2+(2\sin C)^2=4\sin^2B+4\sin^2C=4\sin^2B+4\sin^2(A+B)$

$=4\frac{1-\cos 2B}{2}+4\frac{1-\cos 2(A+B)}{2}=4-2\cos 2B-2\cos(\frac{2\pi}{3}+2B)=4-2\cos 2B-2((-\frac{1}{2})\cos 2B-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2B)$

$=4+\sqrt{3}\sin 2B-\cos 2B=4+2\sin(2B-\frac{\pi}{6})$.由$B\in(0,\frac{2\pi}{3})$，得$2B-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6})$，于是$\sin(2B-\frac{\pi}{6})\in(-\frac{1}{2},1]$，

$4+2\sin(2B-\frac{\pi}{6})\in(3,6]$，所以$b^2+c^2$的范围是$(3,6]$.

2.

（1）由椭圆过点$(0,\sqrt{2})$，则$b=\sqrt{2}$，又$a+b=3\sqrt{2}$，故$a=2\sqrt{2}$，

所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$；（2）① 若直线过椭圆的左顶点，则直线的方程是$l:y=\frac{1}{2}x+\sqrt{2}$，

由$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+\sqrt{2}, \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$解得$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=\sqrt{2}, \end{cases}$或$\begin{cases} x_2=-2\sqrt{2}, \\ y_2=0. \end{cases}$

故$k_1=-\frac{\sqrt{2}-1}{2}$，$k_2=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$．② k_1+k_2为定值，且$k_1+k_2=0$．

设直线的方程为$y=\frac{1}{2}x+m$，由$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+m, \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$消$y$，得$x^2+2mx+2m^2-4=0$．

当$\Delta=4m^2-8m^2+16>0$，即$-2<m<2$时，直线与椭圆交于两点．

设$A(x_1,y_1)$．$B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=-2m$，$x_1x_2=2m^2-4$．

又$k_1=\frac{y_1-1}{x_1-2}$，$k_2=\frac{y_2-1}{x_2-2}$，故$k_1+k_2=\frac{y_1-1}{x_1-2}+\frac{y_2-1}{x_2-2}=\frac{(y_1-1)(x_2-2)+(y_2-1)(x_1-2)}{(x_1-2)(x_2-2)}$．

又$y_1=\frac{1}{2}x_1+m$，$y_2=\frac{1}{2}x_2+m$，

所以$(y_1-1)(x_2-2)+(y_2-1)(x_1-2)=(\frac{1}{2}x_1+m-1)(x_2-2)+(\frac{1}{2}x_2+m-1)(x_1-2)$

$=x_1x_2+(m-2)(x_1+x_2)-4(m-1)=2m^2-4+(m-2)(-2m)-4(m-1)=0$．

故$k_1+k_2=0$．