

高一数学期末模拟试卷一

2019.01

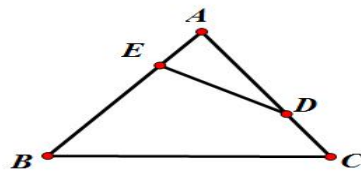
(全卷满分 160 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前, 请考生务必将自己的学校、姓名、考试号等信息填写在答卷规定的地方.
2. 试题答案均写在答题卷相应位置, 答在其它地方无效.

一、填空题(本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 共 70 分, 请将答案填写在答题卷相应的位置上)

1. 设集合 $A = \{0, 1\}, B = \{1, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ▲.
2. $\tan \frac{7\pi}{3} =$ ▲.
3. 设幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(2, \sqrt{2})$, 则 $f(4) =$ ▲.
4. 函数 $f(x) = x^3 \sin x$ 的奇偶性为 ▲ 函数. (在“奇”、“偶”、“非奇非偶”、“既奇又偶”中选择)
5. 已知扇形的面积为 4cm^2 , 该扇形圆心角的弧度数是 $\frac{1}{2}$, 则扇形的周长为 ▲ cm.
6. $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \log_4 9 \cdot \log_3 2 =$ ▲.
7. 已知单位向量 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 的夹角为 60° , 则 $|\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2| =$ ▲.
8. 已知 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) =$ ▲.
9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EA} = 2$, 若 $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{AC} + \mu \overrightarrow{CB}$ 则 $\lambda - \mu =$ ▲.
10. 不等式 $2 - x \leq \log_2(x + 1)$ 的解集是 ▲.
11. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 16, $BC = 8$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的取值范围是 ▲.
12. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 与 $g(x) = \cos(2x + \theta) (0 < \theta < \pi)$ 的零点完全相同, 则 $g(\frac{\pi}{6}) =$ ▲.
13. 设函数 $f(x) = a^x - (k-1)a^{-x} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 是定义域为 R 的奇函数. 若 $f(1) = \frac{3}{2}$, 且 $g(x) = a^{2x} + a^{-2x} - 2mf(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的最小值为 -2 , 则 m 的值为 ▲.



14. 设 a 为实数, 函数 $f(x) = (3-x)|x-a| - a, x \in R$, 若 $f(x)$ 在 R 上不是单调函数, 则实数 a 的取值范围为 ▲ .

二、解答题: (本大题共 6 道题, 计 90 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$ 的定义域为 A , 集合 $B = \{x | 2 \leq 2^x \leq 16\}$, 非空集合

$C = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 全集为实数集 R .

(1) 求集合 $A \cap B$ 和 $C_R B$;

(2) 若 $A \cup C = A$, 求实数 m 取值的集合.

16. (本小题满分 14 分)

已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (\sin(\pi - \alpha), 2\cos \alpha)$

(1) 若 $\alpha = \frac{3\pi}{4}$, 求证: $\vec{a} \perp \vec{b}$;

(2) 若向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 共线, 求 $|\vec{b}|$.

17. (本小题满分 15 分)

函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴的任意两个

相邻交点间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ 且过点 $(0, 1)$,

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求 $f(x)$ 的单调增区间;

(3) 求 $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 的值域.

18. (本小题满分 15 分)

近年来, “共享单车” 的出现为市民 “绿色出行” 提供了极大的方便, 某共享单车公司计划在甲、乙两座城市共投资 240 万元, 根据行业规定, 每个城市至少要投资 80 万元, 由前期市场调研可知: 甲城市收益 P 与投入 a (单位: 万元) 满足 $P = 4\sqrt{2a} - 6$, 乙城市收益 Q 与

投入 a (单位: 万元) 满足 $Q = \begin{cases} \frac{1}{4}a + 2, & 80 \leq a \leq 120 \\ 32, & 120 < a \leq 160 \end{cases}$, 设甲城市的投入为 x (单位:

万元), 两个城市的总收益为 $f(x)$ (单位: 万元).

(1) 当投资甲城市 128 万元时, 求此时公司总收益;

(2) 试问如何安排甲、乙两个城市的投资, 才能使公司总收益最大?

19. (本小题满分 16 分)

已知关于 x 的函数 $g(x) = mx^2 - 2(m-1)x + n$ 为 R 上的偶函数, 且在区间 $[-1, 3]$ 上的最大值为 10. 设 $f(x) = \frac{g(x)}{x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若不等式 $f(2^x) - k \cdot 2^x \leq 2$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上恒成立, 求实数 k 的取值范围;

(3) 是否存在实数 t , 使得关于 x 的方程 $f(|2^x - 1|) + \frac{2t}{|2^x - 1|} - 3t - 2 = 0$ 有四个不相等的实数根? 如果存在, 求出实数 t 的范围, 如果不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = \lg \frac{1-x}{x+1}$.

(1) 求不等式 $f(f(x)) + f(\lg 2) > 0$ 的解集;

(2) 函数 $g(x) = 2 - a^x (a > 0, a \neq 1)$, 若存在 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若函数 $h(x) = \begin{cases} f(x), & -1 < x < 1 \\ k|x| + 1, & x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 1 \end{cases}$, 讨论函数 $y = h(h(x)) - 2$ 的零点个数 (直接写出答案, 不要求写出解题过程).