仪征中学 2020 届高三（上）数学中档题训练 1　2019.9.5

班级________________　学号_________　姓名________________　成绩____________.

一、填空题：

1、函数 $y=\log_7\left(x^2-4x+3\right)$ 的定义域为_______________.

2、在△ABC 中，a,b,c 分别为角 A，B，C 的对边，且 A＝45°，C＝75°，a＝1，则 b＝____.

3、已知函数 $f(x)=a+\dfrac{1}{4^x+1}$ 是奇函数，则 f（－1）+f（0）=_______.

4、已知 e 为自然对数的底数，函数 y＝e^x－lnx 在［1，e］的最小值为_______.

5、将函数 $y=5\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$ 的图象向左平移 $\varphi(0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$ 个单位，所得函数图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 对称，则 φ =__________.

6、在 ΔABC 中，已知 $\left(\tan A+1\right)\left(\tan B+1\right)=2$，则 $\cos C=$ _______________

7、已知 $x>0$，$y>0$，$x+y=1$,则 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y+1}$ 的最小值为_______________

8、已知函数 $f\left(x\right)=x\left(2^x-2^{-x}\right)$,则不等式 $f\left(-2\right)<f\left(\lg x\right)$ 的解集为_______________

二、解答题

9.已知$k\in R$,函数$f(x)=x^2+(1-k)x=2-k$

(1) 解关于x的不等式$f(x)<2$

(2) 对任意$x\in(-1,2)$, $f(x)\geq 1$恒成立，求实数k的取值范围

10.已知函数$f(x)=\log_a x+\log_4 x(a>0$且$a\neq 1$）为增函数。

（1）求实数a的取值范围;

（2）当a＝4时，是否存在正实数m，n（m＜n），使得函数f(x)的定义域为［m，n］，值域为$[\frac{m}{2},\frac{n}{2}]$？如果存在，求出所有的m，n，如果不存在，请说明理由。

答案：

1、$(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$　　2、$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　3、$\dfrac{3}{10}$　　4、e

5、$\dfrac{3\pi}{8}$　　6、$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　7、$\dfrac{9}{2}$　　8、$(0,\dfrac{1}{100})\cup(100,+\infty)$

（1）$f(x)=x^2+(1-k)x+2-k<2$

即：$x^2+(1-k)x-k<0$　　$\therefore (x-k)(x+1)<0$

9.　①当 $k=-1$ 时，不等式的解集为：$\varnothing$

②当 $k>-1$ 时，不等式的解集为：$-1<x<k$

③当 $k<-1$ 时，不等式的解集为：$k<x<-1$.

（2）$f(x)=x^2+(1-k)x+2-k\ge 1$　　$\therefore x^2+x+1\ge k(x+1)$

$\because x\in(-1,2)$，$\therefore 0<x+1<3$　　$\therefore k\le\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$

$\because$ 对任意的 $x\in(-1,2)$，$f(x)\ge 1$ 恒成立

$\therefore$ 对任意的 $x\in(-1,2)$，$k\le\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ 恒成立

即：$k\le\left(\dfrac{x^2+x+1}{x+1}\right)_{\min}$　对任意的 $x\in(-1,2)$

令 $t=x+1\in(0,3)$，则 $x=t-1$

$$\therefore \frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{(t-1)^2+(t-1)+1}{t}=\frac{t^2-t+1}{t}=t+\frac{1}{t}-1\ge 2\sqrt{t\cdot\frac{1}{t}}-1=1$$

当且仅当：“$t=\dfrac{1}{t}$”，即：“$t=1$”时，取“=

$\therefore k\le 1$，即实数 k 的取值范围 $(-\infty,1]$.

10.

（1）$\because f(x)=\frac{\lg x}{\lg a}+\frac{\lg x}{\lg 4}=(\frac{1}{\lg a}+\frac{1}{\lg 4})\lg x$　　且 $f(x)$ 为增函数

$\therefore \frac{1}{\lg a}+\frac{1}{\lg 4}>0$

①$\lg a>0$，即 $a>1$，成立

②$\lg a<0$，即 $0<a<1$

$\therefore \lg 4+\lg a<0$　　　$\therefore \lg a<-\lg 4=\lg\frac{1}{4}$　　$\therefore 0<a<\frac{1}{4}$

综合①②：　a 的取值范围为 $(0,\frac{1}{4})\cup(1,+\infty)$.

（2）$\because a=4$

$\therefore f(x)=\log_4 x+\log_4 x=2\log_4 x=\log_2 x$

$\because f(x)$ 单调递增，且定义域为 $[m,n]$ 时，

值域为 $[\frac{m}{2},\frac{n}{2}]$

$\therefore \begin{cases}\log_2 m=\frac{m}{2}\\ \log_2 n=\frac{n}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2^{\frac{m}{2}}=m\\ 2^{\frac{n}{2}}=n\end{cases}$

$\therefore m,n$ 看成 $2^{\frac{x}{2}}-x=0$ 的两个不相等的正实根

记 $g(x)=2^{\frac{x}{2}}-x=(\sqrt{2})^x-x$

$\therefore g'(x)=(\sqrt{2})^x\ln\sqrt{2}-1$

令 $g'(x)=0$，则 $(\sqrt{2})^x\ln\sqrt{2}-1=0$

$\therefore x=\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{\ln\sqrt{2}}=2\log_2\frac{2}{\ln 2}$

$=2(\log_2 2-\log_2\ln 2)=2(1-\log_2\ln 2)$

当 $0<x<2(1-\log_2\ln 2)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减

当 $x>2(1-\log_2\ln 2)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增

$\therefore g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上最多有两个实根

注意到：$g(2)=g(4)=0$

$\because m<n$，$\therefore m=2$，$n=4$.