

已知函数 $f(x) = e^x - ax \sin x - x - 1$, $x \in [0, \pi]$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求证: $f(x) \geq 0$;

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.