

专题四 隐形圆的发现与应用

一、教学目标:

- 1、研究满足什么条件及性质的几何体的轨迹是圆，并利用圆的方程和性质来解决点和圆、直线和圆、圆和圆的位置关系问题；
- 2、通过分析探索，发现这些隐藏的圆（简称隐圆）的一般性规律，再利用和圆有关的一些知识进行求解.

二、教学过程

(一)、课前热身:

- 1、如果直线: $x + y - a = 0$ 上总存在两个点到原点的距离为 1，则实数 a 的取值范围是:

- 2、在坐标系中，已知圆 $C: (x-1)^2 + (y-a)^2 = 1$ ，点 $A(0, 2)$ ，若圆 C 上存在点 M 满足

$MA^2 + MO^2 = 10$ ，则实数 a 的取值范围_____.

- 3、在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,0)$ ， $B(4,0)$ 若直线 $x - y + m = 0$ 上存在点 P 使得

$PA = \frac{1}{2}PB$ ，则实数 m 的取值范围_____

(二)、典型例题:

例 1 在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ ，点 A, B 在圆 C 上，且

$AB = 2\sqrt{3}$ ，若 AB 的中点为 M ，则求 OM 最大值。

例 2 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ ， $AC = 4$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.

变式: 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$ ， $AC = 4$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.

例 3 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0,3)$, 直线 $l: y = 2x - 4$. 设圆的半径为 1, 圆心在 l 上. 若圆 C 上存在点 M , 使 $MA = 2MO$, 求圆心 C 的横坐标 a 的取值范围.

(三)巩固练习:

1、如果圆 $(x-2a)^2 + (y-a-3)^2 = 4$ 上总存在两个点到原点的距离为 1, 则实数 a 的取值范围是: _____

2、已知点 $A(2, 3)$, 点 $B(6, -3)$, 点 P 在直线 $3x-4y+3=0$ 上, 若满足不等式 $\vec{AP} \cdot \vec{BP} + 2\lambda = 0$ 的点 P 有两个, 则实数 λ 的取值范围是: _____

3、已知 $A、B$ 为直 x 轴上两动点,且 $AB=4$ 圆 $C: (x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ 上的点 P 满足 $PA^2 + PB^2 = 10$ 则线段 AB 中点 M 的横坐标取值范围为: _____

4、在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(-1, 0)$, $Q(2, 1)$, 直线 $l: ax+by+c=0$, 其中实数 a, b, c 成等差数列, 若点 P 在直线 l 上的射影为 H , 则线段 QH 的取值范围是_____.

(四)总结反思: