仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(1) 9.10

班级________________学号_________姓名________________成绩____________.

一、填空题：

1、已知函数 $f(x)=x^3-ax^2-4$，若 $f(x)$ 的图象与 x 轴负半轴有两个不同的交点，则实数 a 的取值范围为____________. $a<-3$

2、在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 F，点 M 是 CD 的中点，点 N 是 AD 的中点，AB=4，AD=3，若 $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AC}=3$，则 $\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{BD}=$___________. $\dfrac{29}{2}$

3、已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2})$的图象经过点$(0,\frac{1}{2})$，且相邻两条对称轴的距离为$\frac{\pi}{2}$，则函数$f(x)$在$[0,\pi]$上的单调递减区间为______ .

【答案】$[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$

4、函数 $f(x)=\dfrac{2}{x}+\dfrac{9}{1-2x}\left(x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)\right)$的最小值为_________，取最小值时 x 的值为________。

25，$\dfrac{1}{5}$

5、ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 B 为锐角，且 $2\sin A\sin C=\sin^2 B$，则 $\dfrac{a+c}{b}$ 的取值范围是________. $\left(\sqrt{2},\sqrt{3}\right)$

6、已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}-\left|x^3-2x^2+x\right|, & x<1\\ \ln x, & x\geq 1\end{cases}$，若对于 $\forall t\in R, f\left(t\right)\leq kt$ 恒成立，则实数 k 的取值范围是__________。$[\dfrac{1}{e},1]$

二、解答题：

7、在△ ABC 中，三边 BC、AC、AB 的 长分别为 a、b、c，若 $a=4$，E 为边 BC 的中点.

（1）若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$=1，求 BC 边上的中线 AE 的长；

（2）若△ABC 面积为$3\sqrt{2}$，求 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的最小值.

解：（1）由题意知

$\begin{cases} bc\cos A = 1 \\ b^2+c^2-2bc\cos A = 16 \end{cases}$ 可得 $b^2+c^2=18$，..2 分

又 $\begin{cases} c^2 = AE^2+4-4AE\cos\angle AEB \\ b^2 = AE^2+4-4AE\cos\angle AEC \end{cases}$，且 $\cos\angle AEB+\cos\angle AEC=0$，

相加得 $AE=\sqrt{5}$ . ...6 分

（2）由条件得 $\begin{cases} \frac{1}{2}bc\sin A = 3\sqrt{2} \\ b^2+c^2-2bc\cos A = 16 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} bc\sin A = 6\sqrt{2} \\ bc\cos A = \dfrac{b^2+c^2-16}{2} \end{cases}$

平方相加得 $72+\left(\dfrac{b^2+c^2-16}{2}\right)^2 = b^2c^2$，..10 分

$$72+\left(\frac{b^2+c^2-16}{2}\right)^2 = b^2c^2 \le \frac{(b^2+c^2)^2}{4} \Rightarrow b^2+c^2 \ge 17$$

$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC} = bc\cos A = \dfrac{b^2+c^2-16}{2} \ge \dfrac{1}{2}$，

即当 $b=c$ 时，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}$. ....14 分

（法二）：（1）$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c}), \therefore \overrightarrow{AE}^2=\dfrac{1}{4}(\vec{b}^2+\vec{c}^2+2\vec{b}\cdot\vec{c})$

而 $(\vec{b}-\vec{c})^2=\vec{a}^2$，所以 $\vec{b}^2+\vec{c}^2=18$

$\therefore \overrightarrow{AE}^2=\dfrac{1}{4}(18+2)=5, \therefore AE=\sqrt{5}$

（2）$\because S=3\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}bc\sin A \therefore \vec{b}\cdot\vec{c}=bc\cos A=\dfrac{6\sqrt{2}}{\tan A}$,只要求出 $\tan A$ 的最大即可.

做边 BC 的高 AD ,则 $AD=\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$，令 $CD=x, BD=4-x$，则

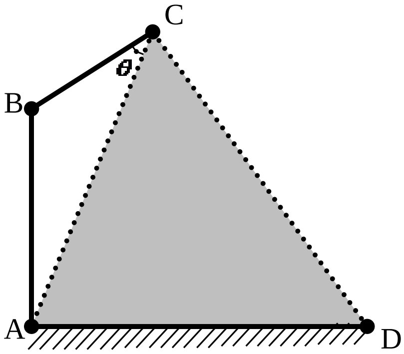
$$\tan A=\frac{\frac{x}{\frac{3}{2}\sqrt{2}}+\frac{4-x}{\frac{3}{2}\sqrt{2}}}{1-\frac{x(4-x)}{\frac{9}{2}}}=\frac{6\sqrt{2}}{\frac{9}{2}-x(4-x)}$$，当 $x=2$ 时，$(\vec{b}\cdot\vec{c})_{\min}=\frac{1}{2}$.

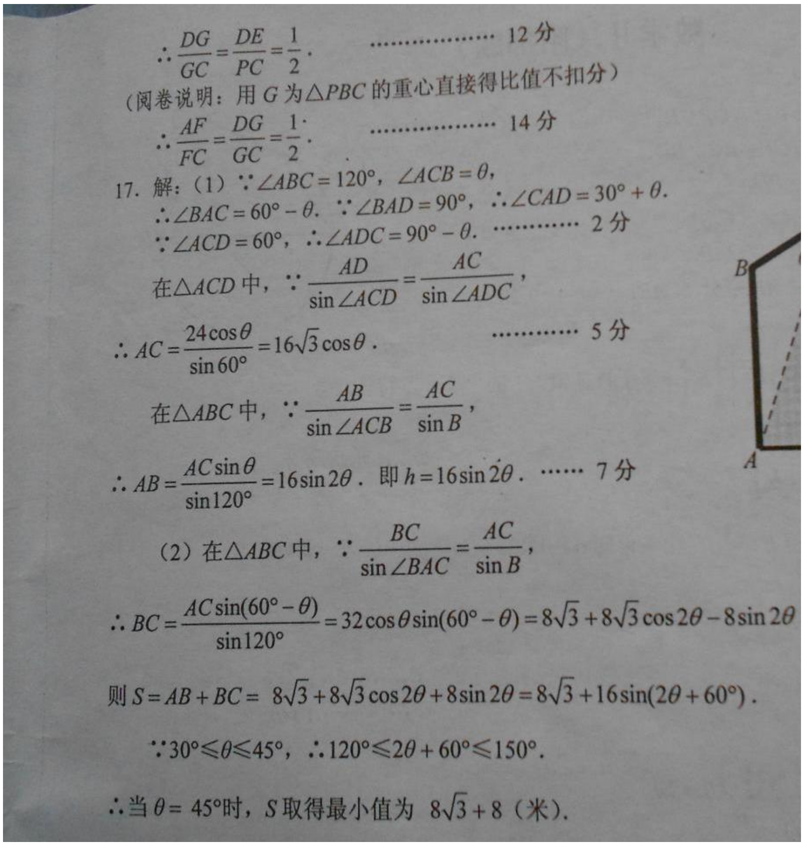
（法三）：过 A 作 AH 垂直 BC,基底转化。

8、在路边安装路灯，灯柱 AB 与地面垂直，灯杆 BC 与灯柱 AB 所在平面与道路垂直，且 $\angle ABC=120^\circ$，路灯 C 采用锥形灯罩，射出的光线如图中阴影部分所示，已知 $\angle ACD=60^\circ$，路宽 $AD=24$ 米，设灯柱高 $AB=h$（米），$\angle ACB=\theta$（$30^\circ\le\theta\le45^\circ$）

（1）求灯柱的高 h（用 θ 表示）；

（2）若灯杆 BC 与灯柱 AB 所用材料相同，记此用料长度和为 S，求 S 关于 θ 的函数表达式，并求出 S 的最小值.





$\therefore \frac{DG}{GC}=\frac{DE}{PC}=\frac{1}{2}$. ……………… 12分

（阅卷说明：用 G 为 $\triangle PBC$ 的重心直接得比值不扣分）

$\therefore \frac{AF}{FC}=\frac{DG}{GC}=\frac{1}{2}$. ……………… 14分

17. 解：(1) $\because \angle ABC=120^\circ$，$\angle ACB=\theta$，

$\therefore \angle BAC=60^\circ-\theta$. $\because \angle BAD=90^\circ$，$\therefore \angle CAD=30^\circ+\theta$.

$\because \angle ACD=60^\circ$，$\therefore \angle ADC=90^\circ-\theta$. ………… 2分

在 $\triangle ACD$ 中，$\because \frac{AD}{\sin\angle ACD}=\frac{AC}{\sin\angle ADC}$，

$\therefore AC=\frac{24\cos\theta}{\sin60^\circ}=16\sqrt{3}\cos\theta$. ………… 5分

在 $\triangle ABC$ 中，$\because \frac{AB}{\sin\angle ACB}=\frac{AC}{\sin B}$，

$\therefore AB=\frac{AC\sin\theta}{\sin120^\circ}=16\sin2\theta$. 即 $h=16\sin2\theta$. …… 7分

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$\because \frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{AC}{\sin B}$，

$\therefore BC=\frac{AC\sin(60^\circ-\theta)}{\sin120^\circ}=32\cos\theta\sin(60^\circ-\theta)=8\sqrt{3}+8\sqrt{3}\cos2\theta-8\sin2\theta$

则 $S=AB+BC=8\sqrt{3}+8\sqrt{3}\cos2\theta+8\sin2\theta=8\sqrt{3}+16\sin(2\theta+60^\circ)$.

$\because 30^\circ\leqslant\theta\leqslant45^\circ$，$\therefore 120^\circ\leqslant2\theta+60^\circ\leqslant150^\circ$.

$\therefore$ 当 $\theta=45^\circ$ 时，S 取得最小值为 $8\sqrt{3}+8$（米）.