

练习6 函数的单调性与最值(1)

(满分 100 分 时间 50 分钟)

一、单项选择题(每小题 5 分,共 25 分)

1. 函数 $f(x) = |x-2|x$ 的单调减区间是 ()
 A. $[1,2]$ B. $[-1,0]$ C. $[0,2]$ D. $[2,+\infty)$

2. (2019 广东东莞一中期末)已知函数 $y = \frac{2-x}{x+1}, x \in (m,n]$ 的最小值为 0, 则 m 的取值范围是 ()
 A. $(1,2)$ B. $(-1,2)$ C. $[1,2)$ D. $[-1,2)$

3. (2019 河北衡水二中月考)设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 2, \\ x^2, & x \geq 2. \end{cases}$ 若 $f(a+1) \geq f(2a-1)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[2, 6]$ D. $[2, +\infty)$

4. (2019 扬州大学附属中学高一月考)已知函数

$$f(x) = \begin{cases} (a-3)x+5, & x \leq 1, \\ \frac{2a}{x}, & x > 1 \end{cases}$$

是 $(-\infty, +\infty)$ 上的单调减函数, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(0, 3)$ B. $(0, 3]$ C. $(0, 2)$ D. $(0, 2]$

5. (2019 河北廊坊一中期中)定义新运算“ \oplus ”: 当 $a \geq b$ 时, $a \oplus b = a$; 当 $a < b$ 时, $a \oplus b = b^2$, 则函数 $f(x) = (1 \oplus x)x - (2 \oplus x), x \in [-2, 2]$ 的最大值等于 ()

A. -1 B. 1 C. 6 D. 12

二、多项选择题(每小题 5 分,共 10 分)

6. 关于定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$, 下列命题正确的是 ()

A. 若 $f(x)$ 满足 $f(2018) > f(2017)$, 则 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上不是减函数

B. 若 $f(x)$ 满足 $f(-2) = f(2)$, 则函数 $f(x)$ 不是奇函数

C. 若 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 在区间 $[0, +\infty)$ 也是减函数, 则 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是减函数

D. 若 $f(x)$ 满足 $f(-2018) \neq f(2018)$, 则函数 $f(x)$ 不是偶函数

E. 函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(3) > f(1)$, 则 $f(-1) < f(3)$

7. (2020 辽宁省六校协作体期中)已知函数 $f(x), \forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(-2-x) = f(x)$ 成立, 且任取 $x_1, x_2 \in [-1, +\infty), \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0 (x_1 \neq x_2)$, 以下结论正确的是 ()

A. $f(0) > f(-3)$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(-1)$

C. $f(a^2 - a + 1) \geq f\left(\frac{3}{4}\right)$ D. 若 $f(m) < f(2)$, 则 $-4 < m < 2$

三、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

8. (2019 江苏天一中学高二期末)已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{|x|+1}, x \in \mathbf{R}$, 则 $f(x^2 - 2x) < f(3x - 4)$ 的解集是_____.

9. (2019 湖北荆州一中期末)若函数 $f(x) = x^2 + a|x-2|$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是_____.

10. (2020 浙江宁波效实中学期中)已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = \frac{x}{x-1}$, 则函数 $f(x)$ 的解析式为_____;
 若 $f(2a) > f(a-2)$, 则 a 的取值范围为_____.

答题卡

姓名 _____

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

7. _____

8. _____

9. _____

10. _____

四、解答题(每小题 25 分,共 50 分)

11. 已知函数 $f(x)$ 对任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 都有 $f(a+b) = f(a) + f(b)$

-1, 并且当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$.

(1) 求证: $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的单调增函数;

(2) 若 $f(4) = 5$, 解不等式: $f(3m^2 - m - 2) < 3$.

12. 已知 a, b 是实数, 函数 $f(x) = x^2 + ax + 1$ 满足函数 $y = f(x+1)$ 在定义域上是偶函数, 函数 $g(x) = -bf[f(x+1)] + (3b-1)f(x+1) + 2$ 在区间 $(-\infty, -2)$ 上是减函数, 且在区间 $(-2, 0)$ 上是增函数.

(1) 求 a 与 b 的值;

(2) 如果在区间 $(-\infty, -1)$ 上存在函数 $F(x)$ 满足 $F(x) \cdot f(x+1) = g(x)$, 当 x 为何值时, $F(x)$ 取得最小值?