

高一数学小练 (19)

姓名: _____ 班级: _____

学号: _____

一、选择题 (本大题共 6 小题, 共 30 分)

1、 $\cos 600^\circ =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2、如果 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{3}$, 那么 $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$ 等于 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

3、下列区间中, 使函数 $y = \sin x$ 为增函数的是 ()

- A. $[-\pi, 0]$ B. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ C. $[0, \pi]$ D. $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

4、若点 $(\sin \frac{5\pi}{6}, \cos \frac{5\pi}{6})$ 在角 α 的终边上, 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5、为了得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 可以将函数 $y = \cos 2x$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位 C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

6、已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 对任意 $x \in R$, 都有 $f(x + 2\pi) = f(x)$,

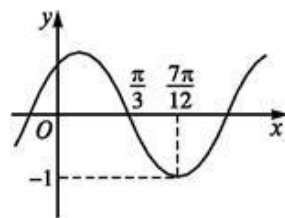
当 $x \in (0, \pi)$ 时, $f(x) = 2\sin \frac{x}{2}$, 则 $f(\frac{17\pi}{3}) =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 3 小题, 共 15 分)

7、函数 $y = \frac{1}{2}\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的对称中心是_____.

8、已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \phi)$, ($A > 0, \omega > 0, |\phi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 的单调递增区间为_____.



9、若函数 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 为减函数, 若 $f(2) = 0$, 不等式 $(x-1)f(x-1) > 0$ 的解集为_____.

三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 36 分)

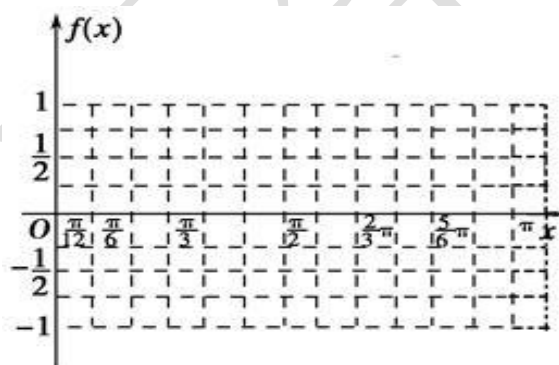
10、已知 $\tan\alpha = -\frac{1}{2}$, 求 $\frac{1+2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$ 的值.

11、已知函数 $f(x) = 1 - 2a^x - a^{2x} (a > 1)$. (1) 求函数 $f(x)$ 的值域;
(2) 若 $x \in [-2, 1]$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 -7 , 求 a 的值和函数 $f(x)$ 的最大值.

12、已知函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$.

(I) 请用“五点法”画出函数 $f(x)$ 在长度为一个周期的闭区间上的简图 (先在所给的表格中填上所需的数值, 再画图);

x					
$2x - \frac{\pi}{6}$					
y					



(2) 将 $y=f(x)$ 图象上所有点向左平行移动 $\theta (\theta > 0)$ 个单位长度, 得到 $y=g(x)$ 的图象. 若 $y=g(x)$ 图象的一个对称中心为 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$, 求 θ 的最小值.

高一数学小练（19）答案

1、【答案】C

本题考查了任意角的三角函数值，涉及到诱导公式的应用.

【解答】

解： $\cos 600^\circ = \cos (720^\circ - 120^\circ) = \cos (-120^\circ) = \cos 120^\circ = \cos (180^\circ - 60^\circ)$ ，
 $= -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$. 故选 C.

2、【答案】A

【解析】

解： $\because \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha = \frac{1}{3}$ ，那么 $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ ， 故选：A.

由题意利用诱导公式求得 $\sin \alpha$ 的值，可得 $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$ 的值.

本题主要考查利用诱导公式进行化简求值，属于基础题.

3.【答案】B

【解析】

解：函数 $y = \sin x$

其增函数对应的单调递增区间为： $[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$, $k \in \mathbb{Z}$.

令 $k=0$ ，可得 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，

故选：B.

根据正弦函数的性质即可求解.

本题考查了正弦三角函数的图象，单调递增区间的求法. 比较基础.

4.【答案】C

【解析】

解: 因为点 $(\sin \frac{5\pi}{6}, \cos \frac{5\pi}{6})$ 在角 α 的终边上, 即点 $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ 在角 α 的终边上,
则 $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

故选: C.

由题意利用任意角的三角函数的定义, 求得 $\sin \alpha$ 的值.

本题主要考查任意角的三角函数的定义, 属于基础题.

5、【答案】B

解: 由题意 $y = \cos 2x = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$,

函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$ 的图象经过向右平移 $\frac{5\pi}{12}$, 得到函数

$y = \sin[2(x - \frac{5\pi}{12}) + \frac{\pi}{2}] = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 故选 B.

6.【答案】C

本题主要考查函数的奇偶性与周期性, 以及三角函数的诱导公式.

由 $f(x+2\pi) = f(x)$, 可得函数 $f(x)$ 的最小正周期是 $T=2\pi$, 然后再运用函数奇偶性求出结果.

【解答】

解: 因为对任意 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x+2\pi) = f(x)$,

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=2\pi$, 又函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数,

所以由题意可得: $f(\frac{17\pi}{3}) = f(6\pi - \frac{\pi}{3}) = f(-\frac{\pi}{3}) = f(\frac{\pi}{3}) = 2 \times \sin \frac{\pi}{6} = 1$. 故选 C.

7.【答案】 $(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, 0)$, $k \in \mathbb{Z}$

【解析】

解: ∵ 函数 $y = \frac{1}{2} \sin(2x - \frac{\pi}{3})$, 令 $2x - \frac{\pi}{3} = k\pi$, 求得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbb{Z}$,

故函数的图象的对称中心是 $(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, 0)$, $k \in \mathbb{Z}$,

故答案为: $(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, 0) (k \in \mathbb{Z})$.

利用正弦函数的图象的对称性, 求得该函数的图象的对称中心.

本题主要考查正弦函数的图象的对称性, 属于基础题.

8、【答案】 $[-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi], k \in \mathbb{Z}$

【解析】

【分析】

本题考查函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的图象与性质, 由图象求出解析式, 然后由正弦函数的性质求解即可.

【解答】

解: 由图象得 $\frac{T}{4} = \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4}$, 所以 $T = \pi$, 即 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2$,

又当 $x = \frac{7\pi}{12}$ 时, 函数取得最小值 -1, 得 $A = 1$,

所以 $2 \times \frac{7\pi}{12} + \phi = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, 又 $|\phi| < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\phi = \frac{\pi}{3}$,

所以 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$, 令 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$,

解得 $-\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$,

即 $f(x)$ 的单调增区间为 $[-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi]$, $k \in \mathbb{Z}$.

故答案为 $[-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi], k \in Z$.

9. 【答案】 $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

【解析】

【分析】

由题意:定义在 R 上的奇函数, 可得 $f(-x)=-f(x)$, 在 $(0, +\infty)$ 为减函数, 即在 R 上是减函数, $f(2)=0$, 不等式 $(x-1)f(x-1)>0$. 即可求解. 本题考查了函数的性质奇偶性的运用和单调性的运用. 属于中档题.

【解答】

解:定义在 R 上的奇函数, 可得 $f(-x)=-f(x)$, 在 $(0, +\infty)$ 为减函数, 即在 R 上是减函数,

$\because f(2)=0$, 则 $f(-2)=0$.

令 $t=x-1$, 不等式 $(x-1)f(x-1)>0$ 转化为 $tf(t)>0$.

当 $t>0$ 时, 则 $f(t)<0$, 可得: $t>2$, 即 $x-1>2$, 解得: $x>3$;

当 $t<0$ 时, 则 $f(t)>0$, 可得: $t<-2$, 即 $x-1<-2$, 解得: $x<-1$;

综上所述: 不等式 $(x-1)f(x-1)>0$ 的解集为 $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

故答案为 $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

10. 【答案】 解: $\because \tan \alpha = -\frac{1}{2}$, $\therefore \frac{1+2\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = -\frac{1}{3}$.

【解析】 由题意利用同角三角函数的基本关系, 二倍角公式, 求得要求式子的值.

本题主要考查同角三角函数的基本关系, 二倍角公式, 属于基础题.

11.【答案】解：（1）令 $t=a^x>0$,

$$\therefore f(x)=g(t)=-t^2-2t+1=-(t+1)^2+2, \therefore t>0,$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, $\therefore g(t)<1$,

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 1)$.

（2） $\because a>1$, $\therefore x \in [-2, 1]$ 时, $t=a^x \in [a^{-2}, a]$,

$\therefore f(x)=g(t)=-t^2-2t+1=-(t+1)^2+2, \therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[a^{-2}, a]$ 上单调递减,

$\therefore t=a$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最小值,

$\therefore x \in [-2, 1]$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 -7 , $\therefore -(a+1)^2+2=-7$,

$\therefore (a+1)^2=9, \therefore a=2$ 或 -4 (舍去), 所以 $a=2$.

$\therefore$ 当 $t=\frac{1}{a^2}=\frac{1}{4}$ 时 y 有最大值, 即 $y_{\max}=-\left(\frac{1}{4}\right)^2-2 \times \frac{1}{4}+1=\frac{7}{16}$.

【解析】

本题考查函数的最值与值域, 考查学生的计算能力, 属于中档题.

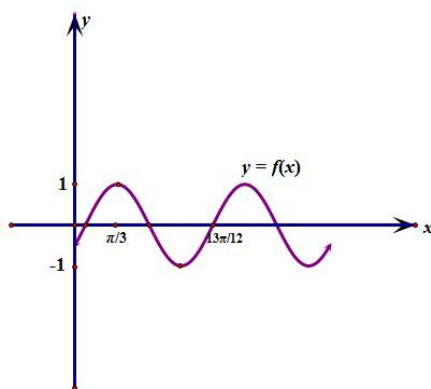
(1) 利用换元法, 将函数转化为二次函数, 利用函数的单调性, 我们可以求出函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 利用换元法, 将函数转化为二次函数, 取得函数的单调性, 得到 $x=a$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最小值. 利用条件, 就可以求 a 的值和 $f(x)$ 最大值.

12、【答案】解：（1）如下表所示：

x	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{13\pi}{12}$
$2x - \frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(2x - \frac{\pi}{6})$	0	1	0	-1	0

如下图所示：



（2）由（1）知 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$,

则 $g(x) = \sin\left(2x + 2\theta - \frac{\pi}{6}\right)$, $\because$ 函数 $y = \sin x$ 图象的对称中心为 $(k\pi, 0)$, $k \in \mathbb{Z}$,

令 $2x + 2\theta - \frac{\pi}{6} = k\pi$, 解得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} - \theta$, $k \in \mathbb{Z}$,

由于函数 $y = g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$ 成中心对称,

所以令 $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} - \theta = \frac{5\pi}{12}$, 解得 $\theta = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$, 由 $\theta > 0$ 可知, 当 $k=1$ 时, θ 取得最小值 $\frac{\pi}{6}$.

【解析】

本题考查了三角函数图象的画法, 以及函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质.

(1) 根据五点画图法, 填表画图即可;

(2) 利用三角函数的平移原则写出 $g(x)$ 的函数表达式, 再利用 $g(x)$ 图象的对称中心求解即可.