

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (12)

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_评价\_\_\_\_\_

请将填空题答案填在横线上, 并将每个题目的解答过程写在题目下方.

1. 已知函数  $f(x) = x^3 - ax^2 + 4$ , 若  $f(x)$  的图象与  $x$  轴正半轴有两个不同的交点,

则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

2. 已知正实数  $x, y$  满足  $x + y + 3 = xy$ , 若对任意满足条件的  $x, y$  都有  $(x + y)^2$

$- a(x + y) + 1 \geq 0$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

3. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $M: (x - a)^2 + (y + a - 3)^2 = 1 (a > 0)$ , 点  $N$  为圆  $M$  上任意一点. 若以  $N$  为圆心,  $ON$  为半径的圆与圆  $M$  至多有一个公共点, 则  $a$  的最小值为\_\_\_\_\_.

4. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\sin A + \cos^2 \frac{B+C}{2} = 1$ ,

$D$  为  $BC$  上一点, 且  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

(1) 求  $\sin A$  的值;

(2) 若  $a = 4\sqrt{2}, b = 5$ , 求  $AD$  的长.