

## 仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(2) 9.17

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、填空题：

1、设  $P$  是函数  $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(x+1)$  图象上异于原点的动点，且该图象在点  $P$  处的切线的倾斜角为  $\theta$ ，则  $\theta$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

2、设向量  $\vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2)$ ，则  $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$  是  $\vec{a} // \vec{b}$  的\_\_\_\_\_条件.

3、在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知  $A(0, -1), B(-3, -4)$  两点，若点  $C$  在  $\angle AOB$  的平分线上，且  $|\overline{OC}| = \sqrt{10}$ ，则点  $C$  的坐标是\_\_\_\_\_.

4、已知  $b > 0$ ，直线  $(b^2 + 1)x + ay + 2 = 0$  与直线  $x - b^2y - 1 = 0$  互相垂直，则  $ab$  的最小值为\_\_\_\_\_.

5、锐角  $\triangle ABC$  的三边  $a, b, c$  和面积  $S$  满足条件  $S = \frac{c^2 - (a-b)^2}{4k}$ ，又角  $C$  既不是  $\triangle ABC$  的最大

角也不是  $\triangle ABC$  的最小角，则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

6、已知正实数  $x, y$  满足  $2x + y = 2$ ，则  $x + \sqrt{x^2 + y^2}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

### 二、解答题：

7、 $\triangle ABC$  的两条高所在直线的方程分别为  $2x - 3y + 1 = 0$  和  $x + y = 0$ ，顶点  $A$  的坐标为  $(1, 2)$ ，求  $BC$  边所在直线的方程.

8、已知向量  $\vec{a} = \left(\sin x, \frac{3}{4}\right)$ ,  $\vec{b} = (\cos x, -1)$ .

(1) 当  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  时, 求  $\cos^2 x - \sin 2x$  的值;

(2) 设函数  $f(x) = 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ , 已知在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $a = \sqrt{3}$ ,  $b = 2$ ,  $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$ , 求  $f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$  ( $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ ) 的取值范围.

# 仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练 9.17

## 答案

### 一、填空题：

1、 $\theta \in \left[ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right)$  . 2、充分不必要 3、 $C(-1, -3)$  4、2 5、 $(\sqrt{2}-1, 1)$  6、 $\frac{8}{5}$

### 二、解答题：

7、 $\triangle ABC$  的两条高所在直线的方程分别为  $2x-3y+1=0$  和  $x+y=0$ ，顶点 A 的坐标为  $(1, 2)$ ，求 BC 边所在直线的方程。

解：可以判断 A 不在所给的两条高所在的直线上，则可设 AB，AC 边上的高所在直线的方程分别为  $2x-3y+1=0$ ， $x+y=0$ ，则可求得 AB，AC 边所在直线的方程分别为  $y-2=-\frac{3}{2}(x-1)$ ， $y-2=x-1$ ，即  $3x+2y-7=0$ ， $x-y+1=0$ 。由  $\begin{cases} 3x+2y-7=0, \\ x+y=0, \end{cases}$  得  $B(7, -7)$ ，由  $\begin{cases} x-y+1=0, \\ 2x-3y+1=0, \end{cases}$  得  $C(-2, -1)$ ，所以 BC 边所在直线的方程为  $2x+3y+7=0$ 。

8、已知向量  $\vec{a} = \left( \sin x, \frac{3}{4} \right)$ ， $\vec{b} = (\cos x, -1)$ 。

(1) 当  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  时，求  $\cos^2 x - \sin 2x$  的值；

(2) 设函数  $f(x) = 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ ，已知在  $\triangle ABC$  中，内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c。若  $a = \sqrt{3}$ ， $b = 2$ ， $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，求  $f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$  ( $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ ) 的取值范围。

【解析】(1) 因为  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，所以  $\frac{3}{4}\cos x + \sin x = 0$ ，所以  $\tan x = -\frac{3}{4}$ 。

$$\cos^2 x - \sin 2x = \frac{\cos^2 x - 2\sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{1 - 2\tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{8}{5}$$

$$(2) f(x) = 2(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3}{2}$$

由正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，得  $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，所以  $A = \frac{\pi}{4}$  或  $A = \frac{3\pi}{4}$ 。因为  $b > a$ ，所以  $A = \frac{\pi}{4}$ 。

$$f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}$$

因为  $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ ，所以  $2x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}\right]$ ， $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \leq f(x) + 4\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right) \leq \sqrt{2} - \frac{1}{2}$ 。

$\therefore$  所求范围是  $\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - 1, \sqrt{2} - \frac{1}{2}\right]$ 。