江苏省仪征中学 2020-2021 学年度第一学期高三数学周三练习 7

一、单项选择题

1. 已知 i 为虚数单位，则下列结论错误的是（　　）

A. 复数 $z=\dfrac{1+2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$ 的虚部为 $\dfrac{3}{2}$　　　B. 复数 $z=\dfrac{2+5i}{-i}$ 的共轭复数 $\bar{z}=-5-2i$

C. 复数 $z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$ 在复平面对应的点位于第二象限　　　D. 复数 z 满足 $\dfrac{1}{z}\in \mathrm{R}$，则 $z\in \mathrm{R}$

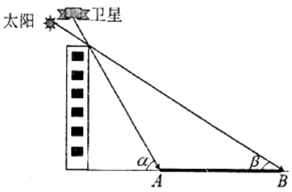
2. 有四个关于三角函数的命题：

$p_1:\exists x\in R,\sin x+\cos x=2$； $p_2:\exists x\in R,\sin 2x=\sin x$；

$p_3:\forall x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right],\sqrt{\dfrac{1+\cos 2x}{2}}=\cos x$； $p_4:\forall x\in(0,\pi),\sin x>\cos x$；其中真命题是（　　）

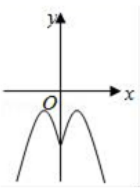
A. p_1,p_4　　　B. p_2,p_3　　　C. p_3,p_4　　　D. p_2,p_4

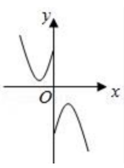
3. 在高分辨率遥感影像上，阴影表现为低亮度值，其分布范围反映了地物成像时遮光情况的二维信息，可以通过线段 AB 长度（如图：粗线条部分）与建筑物高度的几何关系来确定地表建筑物的高度数据．在不考虑太阳方位角对建筑物阴影影响的情况下，太阳高度角、卫星高度角与建筑物高度、线段 AB 的关系如图所示，在某时刻测得太阳高度角为 β，卫星高度角为 α，阴影部分长度为 L，由此可计算建筑物得高度为（　　）

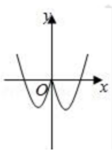


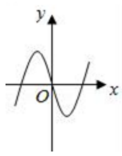
A. $\dfrac{L(\tan\alpha-\tan\beta)}{\tan\alpha\cdot\tan\beta}$　　B. $\dfrac{L\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}$　　C. $\dfrac{L\tan\alpha\tan\beta}{\tan(\alpha-\beta)}$　　D. $\dfrac{L\tan(\alpha-\beta)}{\tan\alpha\tan\beta}$

4. 函数 $y=\ln|x|-x^2$ 的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

5. 王昌龄《从军行》中两句诗为“黄沙百战穿金甲，不破楼兰终不还”，其中后一句中“攻破楼兰”是“返回家乡”的（　　）

A. 充分不必要条件　　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　　D. 既不充分也不必要条件

6. 在 ΔABC 中，$AB=3AC=9$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}^2$，点 P 是 ΔABC 所在平面内一点，则当 $\overrightarrow{PA}^2+\overrightarrow{PB}^2+\overrightarrow{PC}^2$ 取得最小值时，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A．24　　B．$6\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{9}{2}$　　D．-24

7. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+a$ 在区间 $(-\infty,1)$ 上有最小值，则函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上一定（　　）

A. 是减函数　　B. 是增函数　　C. 有最小值　　D. 有最大值

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4a,x>0\\1+\log_a|x-1|,x\le 0\end{cases}$（$a>0$，且 $a\ne 1$）在 R 上单调递增，且关于 x 的方程 $|f(x)|=x+3$ 恰有两个不相等的实数解，则 a 的取值范围是（　　）

A. $(\dfrac{3}{4},\dfrac{13}{16}]$　　B. $(0,\dfrac{3}{4}]\cup\{\dfrac{13}{16}\}$　　C. $[\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4})\cup\{\dfrac{13}{16}\}$　　D. $[\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4}]\cup\{\dfrac{13}{16}\}$

二、多项选择题

9. 设集合 $M=\{y|y=-e^x+4\}$，$N=\{x|y=\lg[(x+2)(3-x)]\}$，则下列关系正确的是（　　）

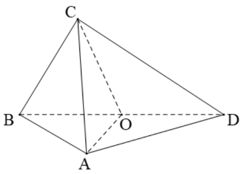
A. $\complement_R M\subseteq \complement_R N$　　B. $N\subseteq M$　　C. $M\cap N=\varnothing$　　D. $\complement_R N\subseteq M$

10. 已知向量 $\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(1,-1),\vec{c}=(m-2,-n)$, 其中 m,n 均为正数，且 $(\vec{a}-\vec{b})//\vec{c}$，下列说法正确的是（　　）

A．$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角　　B．向量 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

C．$2m+n=4$　　D．mn 的最大值为 2

11. 如图，在三棱锥 *C-ABD* 中，△*ABD* 与△*CBD* 是全等的等腰直角三角形，*O* 为斜边 *BD* 的中点，*AB*=4，二面角 *A-BD-C* 的大小为 60°，以下结论正确的是（　　）



A. $AC\perp BD$　　B. △AOC 为正三角形　　C. 四面体 *A-BCD* 外接球的表面积为 32π

D. $\cos\angle ADC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

12. 在数学中，布劳威尔不动点定理是拓扑学里一个非常重要的不动点定理，它可应用到有限维空间，并构成一般不动点定理的基石.布劳威尔不动点定理得名于荷兰数学家鲁伊兹 布劳威尔（*L.E. J. Brouwer*），简单的讲就是对于满足一定条件的连续函数 $f(x)$，存在一个点 x_0，使得 $f(x_0)=x_0$，那么我们称该函数为“不动点”函数，下列为“不动点”函数的是（　　）

A. $f(x)=2^x+x$　　B. $g(x)=x^2-x-3$

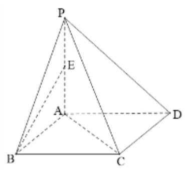
C. $f(x)=\begin{cases}2x^2-1,x\le 1\\|2-x|,x>1\end{cases}$　　D. $f(x)=\dfrac{1}{x}-x$

三、填空题

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\leqslant 1 \\ x+\frac{4}{x}-3, & x>1 \end{cases}$，则 $f(x)$ 的值域是________.

14. 设三角形 ABC 的内角 A，B，C 所对的边长分别是 a，b，c，且 $B=\dfrac{\pi}{3}$，若 $\triangle ABC$ 不是钝角三角形，则 $\dfrac{2a}{c}$ 的取值范围是__.

15. 四棱锥 P-$ABCD$ 的底面是一个正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AB=4$，E 是棱 PA 的中点，则异面直线 BE 与 AC 所成角的余弦值是_________



16. 设 $x>0,y>0,x+2y=3$，则 $\dfrac{(x+1)(2y+1)}{\sqrt{xy}}$ 的最小值为_______.

四、解答题

17. ①在函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 $g(x)$ 的图像，$g(x)$ 的图像关于原点对称，②向量 $\vec{m}=(\sqrt{3}\sin\dfrac{\omega}{2}x,\cos\omega x),\vec{n}=(\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{\omega}{2}x,\dfrac{1}{4}),\omega>0$，$f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$；③函数 $f(x)=\cos\dfrac{\omega}{2}x\sin(\dfrac{\omega}{2}x+\dfrac{\pi}{6})-\dfrac{1}{4}(\omega>0)$ 这三个条件中任选一个，补充 下面问题中，并解答.

已知_______，函数 $f(x)$ 图像的相邻两条对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

（1）求 $f(\dfrac{\pi}{6})$ 的值；（2）求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递减区间.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. 已知函数 $f\left(x\right)=3-2\log_2 x,g\left(x\right)=\log_2 x$.

(1) 当 $x\in[1,4]$ 时，求函数 $h\left(x\right)=\left[f\left(x\right)+1\right]\cdot g\left(x\right)$ 的值域;

(2) 如果对任意的 $x\in[1,4]$，不等式 $f\left(x^2\right)\cdot f\left(\sqrt{x}\right)>k\cdot g\left(x\right)$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

19. 在 $\triangle ABC$ 中，已知内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，向量 $\vec{m}=(\sqrt{3},-2\sin B)$，向量 $\vec{n}=(\cos B,\cos 2B)$，且 $\vec{m}//\vec{n}$，角 B 为锐角.

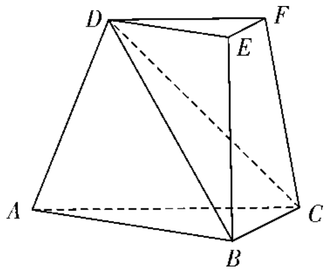
（1）求角 B 的大小；

（2）若 $b=2$，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

20. 如图，在三棱台 $ABC—DEF$ 中，平面 $ACFD\perp$ 平面 ABC，$\angle ACB=\angle ACD=45°$，$DC=2BC$.

（Ⅰ）证明：$EF\perp DB$；

（Ⅱ）求直线DF与平面DBC所成角的正弦值.



21. （本小题满分 12 分）

某钢管生产车间生产一批钢管，质检员从中抽出若干根对其直径（单位： mm）进行测量，得出这批钢管的直径 X 服从正态分布 $N\left(65,4.84\right)$.

(1)当质检员随机抽检时，测得一根钢管的直径为73mm,他立即要求停止生产，检查设备，请你根据所学知识，判断该质检员的决定是否有道理，并说明判断的依据；

(2)如果钢管的直径 X 满足 $60.6\text{mm}-69.4\text{mm}$ 为合格品（合格品的概率精确到 0．01)，现要从 60 根该种钢管中任意挑选 3 根，求次品数 Y 的分布列和数学期望.

（参考数据：若 $X-N\left(\mu,\sigma^2\right)$,则 $\mathrm{P}\left(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma\right)=0.6826$；

$\mathrm{P}\left(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma\right)=0.9544;P\left(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma\right)=0.9974$.

22. 已知函数 $f(x)=x^2\ln x-2x$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）求证：存在唯一的 $x_0\in(1,2)$，使得曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率为 $f(2)-f(1)$；

（3）比较 $f(1.18)$ 与 -2.18 的大小，并加以证明.