班级______________学号______________姓名______________得分______________

仪征中学 2019 年高考数学全真模拟卷六

数学 Ⅰ

本试卷均为非选择题(第 1 题 ~ 第 20 题,共 20 题). 本卷满分为 160 分,考试时间为 120 分钟.

一、填空题:本大题共 14 小题,每小题 5 分,共计 70 分.

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4\}$,集合 $A=\{1,x,y\}$,若$\complement_U A=\{4\}$,则 $x+y=$__________.

2. 已知 k_1,k_2 分别是双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的两条渐近线的斜率,则 $k_1k_2=$________.

3. 已知$\dfrac{a}{1+\sqrt{3}\mathrm{i}}=1-b\mathrm{i}$,其中 $a,b\in\mathbf{R}$,i 是虚数单位,则向量 $\boldsymbol{m}=(a,b)$的模为________.

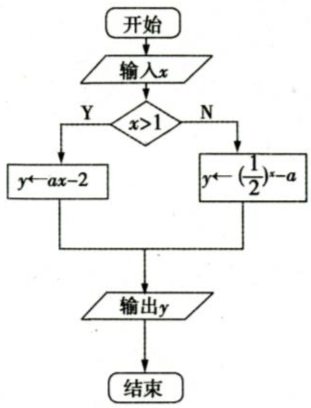
4. 已知 $\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\pi}{12}\right)=\dfrac{1}{3}$,则$\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha=$________.

5. 设一个正方体及其内切球的表面积分别为 S_1,S_2,则$\dfrac{S_2}{S_1}=$________.

6. 从所有数字之和为 5 的两位数中任取一个,则十位数字是偶数的概率为________.

7. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是平面内的三个单位向量,且满足 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,$x\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}(x,y\in\mathbf{R})$,则 $x^2-y^2=$________.

8. 已知如图所示的算法流程图确定的函数为 $y=f(x)$,若$f(-1)=1$,则$f(3)+f(0)=$________.



9. 已知关于 x 的一元二次不等式 $x^2-mx+n<0$ 的解集为(b,a),其中 a,b 分别是 2,3,4,5,6 的平均数和方差,则 $\log_n(m-2)=$________.

10. 已知集合 $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x-y\leqslant0,\\x+y\geqslant0,\\y\leqslant a\end{cases}\right\}$,其中 $a>0$,若点集 $N=\{(x+y,x-y)\mid(x,y)\in M\}$所表示的平面区域的面积为 2,则 a 的值为__________.

11. 已知 a,b 均为正数,且函数 $f(x)=(x+2a)^2+(x-b)^2$ 的最小值为 2,则$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$的最小值为________.

12. 已知 a,b,c 是实数,直线 $ax+by+c=0$ 与圆 $O:x^2+y^2=r^2(r>0)$相交于$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$两点,若$x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{1}{2}r^2$,则$\dfrac{r^2(a^2+b^2)}{c^2}=$________.

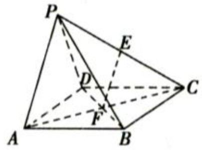
13. 已知 $n>0$,若函数$f(x)=\begin{cases}x^2+nx,x<0,\\mx^2-x\ln x+x,x>0\end{cases}$恰有三个极值点,则实数 m 的取值范围为________.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足:$a_1=3$,$a_n=2a_{n-1}-3(-1)^n(n\geqslant2)$. 若 a_1,a_{k_2},a_{k_3}成等差数列,$k_2,k_3\in\mathbf{N}^*$,$k_3>k_2$,则 $k_3-k_2=$________.

二、解答题：本大题共 6 小题，共计 90 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分 14 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 F.



(1)若 E，F 分别为 PC 和 BD 的中点，且 EF∥平面 PAD，求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

(2)若平面 $PBD\perp$平面 ABD，$AB\perp BD$，$DP\perp PB$，求证：$DP\perp$平面 PBA.

16.（本小题满分 14 分）

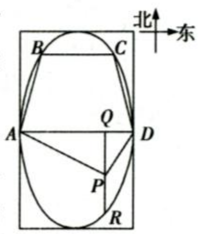
已知在$\triangle ABC$ 中，D 为 BC 的中点，$\tan\angle BAD=\frac{1}{2}$，$\tan\angle CAD=\frac{1}{3}$.

(1)求$\angle BAC$ 的值；

(2)若 $AD=\sqrt{10}$，求$\triangle ABC$ 的面积.

17.（本小题满分 14 分）

某水上乐园拟将一个椭圆形人工湖面开发成环湖观光区，该椭圆形人工湖面内切于南北方向长 4 百米，东西方向宽 2 百米的矩形区域，如图，在湖面正中间的东西轴线上建一座直线段长廊 AD，设计方案如下：在长廊 AD 的北侧沿线段 AB，BC，CD 建一个环湖观景长廊，其中 A，B，C，D 是环湖观景长廊的出入口，且满足 BC∥AD，在长廊 AD 的南侧湖面中的 P 处建一个观景亭，再通过观景亭 P 建立 AP，PD，PR 三座游览观景拱桥，其中 R 是观景拱桥在湖边的一个出入口，$RQ\perp AD$ 于 Q，P 为 QR 的中点. 若观景亭的大小、观景长廊以及观景拱桥的宽度均忽略不计.

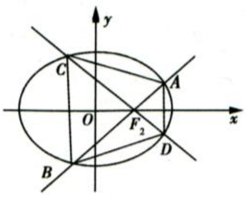


(1)求由环湖观景长廊所围成的四边形 $ABCD$ 的面积的最大值；

(2)若要使得 AP，PD，PR 三座游览观景拱桥的总长最长，试确定观景亭 P 的位置.

18.（本小题满分 16 分）

如图，已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，直线 AB 过椭圆的右焦点 F_2，交椭圆于 A,B 两点. 当直线 AB 的倾斜角 $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$时，直线 AB 被圆 $x^2+y^2=b^2$ 截得的弦长为 $3\sqrt{2}$.



（1）求椭圆的方程.

（2）若直线 CD 过椭圆的右焦点 F_2，交椭圆于 C,D 两点，且 $AB\perp CD$，设线段 AB,CD 的长分别为 m,n.

①求$(m-4)(n-4)$的值；

②当四边形 $ACBD$ 的面积取得最小值时，求直线 AB 的方程.

19.（本小题满分 16 分）

已知函数$f(x)=ax+\ln x(a\in\mathbf{R})$，$g(x)=\dfrac{x^2}{x-\ln x}$.

（1）当 $a=1$ 时，求$f(x)$的单调递增区间；

（2）若 $h(x)=f(x)-g(x)$恰有三个不同的零点 $x_1,x_2,x_3(x_1<x_2<x_3)$.

①求实数 a 的取值范围；

②求证：$(1-\dfrac{\ln x_1}{x_1})^2(1-\dfrac{\ln x_2}{x_2})(1-\dfrac{\ln x_3}{x_3})=1$.

20.（本小题满分 16 分）

已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足：$a_1=1$，且$-a_n$和a_{n+1}是关于x的方程$x^2-2^{n-1}x-2^{b_n}=0(n\in\mathbf{N}^*)$的两个实根.

(1)求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{a_nb_n\}$的前n项和S_n；

(3)设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，求使$\dfrac{T_{k+1}T_{k+2}}{T_k^2}$为整数的正整数$k$的取值集合.

班级______________学号______________姓名______________得分______________

仪征中学 2019 年高考数学全真模拟卷六

附加题

B.［选修 4－2：矩阵与变换］（本小题满分 10 分）

已知矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} a & 2 \\ b & 2 \end{bmatrix}$的两个特征值分别为 4 和 -1，求点 $A(1,1)$ 在矩阵 $\boldsymbol{M}$ 对应的变换作用下所得到的点 B 的坐标.

C.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta+3=0$，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\dfrac{\pi}{3})+3=0$，若 P,Q 分别为曲线 C_1,C_2 上的动点. 求线段 PQ 的最小值.

【必做题】第 22 题、第 23 题，每题 10 分，共计 20 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

22.（本小题满分 10 分）

共享单车的出现大大方便了人们的出行. 已知某城市有 A,B,C,D,E 五种共享单车，某人在某周的周一至周五这五天中，每天选择其中任意一种共享单车出行的可能性相同.

(1) 求此人在这连续五天的出行中共选择了三种共享单车的概率；

(2) 记此人在这连续五天的出行中选择的共享单车的种数为随机变量 X，求 X 的分布列和数学期望.

23.（本小题满分 10 分）

设 $\sum\limits_{k=1}^{2n}(p+x)^k=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2n}x^{2n}(n\in\mathbf{N}^*)$，其中 p 为常数且 $p\neq0$.

(1) 求 a_0；

(2) 当 $p=1$ 时，

①求 $a_1-2a_2+3a_3-4a_4+\cdots+(2n-1)a_{2n-1}-2na_{2n}$ 的值；

②设 $b_n=\sum\limits_{i=1}^{n}a_{2i-1}$，$c_n=\sum\limits_{i=1}^{n}[(-1)^i(b_i+1)\mathrm{C}_n^i]$，若不等式 $t(c_n+1)\leqslant3b_n$ 恒成立，求实数 t 的取值范围.