怀仁市 2020—2021 学年度上学期期终

高三理科教学质量调研测试答案

一、选择题： DBDDB BADDB DC

二、填空题：13、$\underline{x-y+1=0}$ 14、$-\dfrac{1}{3}$ ；15、$\underline{19}$； 16、②④

三、解答题：

17、解：（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差 d,等比数列$\{b_n\}$的公比 $q(q>0)$,

由题得$20=b_3-a_3=a_5+b_2$，即$\begin{cases}20=3q^2-(3+2d)\\20=(3+4d)+3q\end{cases}$ $\begin{cases}d=2\\q=3\end{cases}$

$\therefore a_n=2n+1, b_n=3^n$ ....6 分

（2）若选择①

$$c_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}+(-1)^nb_n=\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}+(-3)^n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)+(-3)^n$$

则$S_n=\dfrac{n}{3(2n+3)}+\dfrac{3\left[(-3)^n-1\right]}{4}$..................................12 分

若选择②$c_n=a_n+(-2)^nb_n=2n+1+(-6)^n$

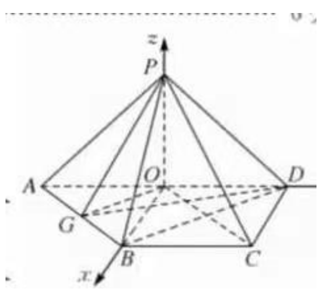
则$S_n=(n+2)n+\dfrac{6(-6)^n}{7}-\dfrac{6}{7}$. ....12 分

若选择③$c_n=a_n\cdot b_n=(2n+1)\cdot 3^n$

$S_n=c_1+c_2+\cdots+c_n=3\cdot3+5\cdot3^2+\cdots+(2n+1)\cdot3^n$利用错位相减法

可得$S_n=n\cdot 3^{n+1}$ ....12 分

18、（本小题 12 分）



（1）证明：连接 OB,BD,易证四边形 OBCD 为正方形，所以$BD\perp OC$,OG//BD,所以$OG\perp OC$,PA=PD, AD 的中点是 O,所以

$PO\perp AD\because$平面$PAD\perp$平面$ABCD$

平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD, PO\subset$平面PAD

$\therefore PO\perp$平面ABCD 又$GO, OC\subset$平面$ABCD$,$\therefore PO\perp GO, PO\perp OC$,

$\therefore GO\perp$平面POC ....6 分

(2) 解：由（1)知 OB,OD,OP 两两垂直，建立如图所示的空间直角坐标系 O-xyz.

因为 AD=2BC=2CD=4,PA=PD=$2\sqrt{2}$.则点 P(0,0,2),D(0,2,0),O(0,0,0),C(2,2,0),

G(1,-1,0) $\overrightarrow{OG}=(1,-1,0)$，$\overrightarrow{DG}=(1,-3,0),\overrightarrow{PG}=(1,-1,-2)$,

由（1）知$PO\perp OC, GO\perp OC$所以$OC\perp$平面PGO,

所以$\overrightarrow{OC}=(2,2,0)$为平面 PGO 的一个法向量；

又设平面PGD的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$ $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{PG}\\\vec{n}\perp\overrightarrow{DG}\end{cases}$ 得$\begin{cases}x-y-2z=0\\x-3y=0\end{cases}$ 取 y=1,得$\vec{n}=(3,1,1)$

所以$\cos\left\langle\overrightarrow{OC},\vec{n}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{OC}\bullet\vec{n}}{\left|\overrightarrow{OC}\right|\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{2\sqrt{22}}{11}$ ....10 分

所以：二面角 D-PG-O 的正弦值是$\dfrac{\sqrt{33}}{11}$。........................ 12 分

19、 解：（1）由题意得$\dfrac{n}{1000}=\dfrac{45}{450}$，解得 n＝100．...........2 分

（2）2×2 列联表为：

	选择“物理”	选择“地理”	总计
男生	45	10	55
女生	25	20	45
总计	70	30	100

$K^2=\dfrac{100\times(45\times20-25\times10)^2}{55\times45\times70\times30}\approx 8.1289>6.635$，

故有 99% 的把握认为选择科目与性别有关．.....................6 分

（3）从 45 名女生中分层抽样抽 9 名女生，所以这 9 名女生中有 5 人选择“物理”，4 人选

择“地理”，9 名女生中再选择 4 名女生，则这 4 名女生中选择“物理"的人数 X 可为 0，1，2，3，4．设事件 X 发生的概率为 P（X），

则 $P(X=0)=\dfrac{C_4^4}{C_9^4}=\dfrac{1}{126}$， $P(X=1)=\dfrac{C_5^1C_4^3}{C_9^4}=\dfrac{20}{126}=\dfrac{10}{63}$， $P(X=2)=\dfrac{C_5^2C_4^2}{C_9^4}=\dfrac{60}{126}=\dfrac{10}{21}$，

$P(X=3)=\dfrac{C_5^3C_4^1}{C_9^4}=\dfrac{40}{126}=\dfrac{20}{63}$，$P(X=4)=\dfrac{C_5^4}{C_9^4}=\dfrac{5}{126}$．所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{126}$	$\frac{10}{63}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{20}{63}$	$\frac{5}{126}$

期望 $E(X)=0\times\dfrac{1}{126}+1\times\dfrac{20}{126}+2\times\dfrac{60}{126}+3\times\dfrac{40}{126}+4\times\dfrac{5}{126}=\dfrac{20}{9}$ ....12 分

20.（1）B(1,0),半径为 4，设动圆圆心 P（x,y),半径为 r.则由题可知：$\begin{cases}|PA|=r\\|PB|=4-r\end{cases}$

所以|PA|+|PB|=4>|AB|=2

所以 P 的轨迹是以 A,B 为焦点的椭圆。2a=4,2c=2 .所以 $a^2=4$，$b^2=3$

所求椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ....4 分

（2）若存在满足条件的点 $Q(t,0)$．

当直线 l 的斜率 k 存在时，设 $y=k(x-1)$，联立 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，

消 y 得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$．

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}x$，

$\because k_{QM}+k_{QN}=\dfrac{y_1}{x_1-t}+\dfrac{y_2}{x_2-t}=\dfrac{k(x_1-1)(x_2-t)+k(x_2-1)(x_1-t)}{(x_1-t)(x_2-t)}$

$$=\frac{2kx_1x_2-k(1+t)(x_1+x_2)+2kt}{x_1x_2-t(x_1+x_2)+t^2}=k\cdot\frac{\frac{8k^2-24}{3+4k^2}-\frac{8k^2(1+t)}{3+4k^2}+2t}{\frac{4k^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2}{3+4k^2}t+t^2}$$

$$=k\cdot\frac{8k^2-24-8k^2(1+t)+2t(3+4k^2)}{4k^2-12-8k^2t+t^2(3+4k^2)}=\frac{6k(t-4)}{4(t-1)^2k^2+3(t^2-4)},$$

∴要使对任意实数 k，$k_{QM}+k_{QN}$ 为定值，则只有 $t=4$，此时，

$k_{QM}+k_{QN}=0$ ....10 分

当直线 l 与 x 轴垂直时，若 $t=4$，也有 $k_{QM}+k_{QN}=0$.故在 x 轴上存在点 $Q(4,0)$

,使得直线 QM 与直线 QN 的斜率的和为定值 0 .. ..12 分

21、【详解】（1）$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=e^{x-1}-\ln x-1$，$f''(x)=e^{x-1}-\dfrac{1}{x}$，

因为 $f''(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $f''(1)=0$，所以当 $x\in(0,1)$ 时，$f''(x)<0$，

$f'(x)$ 单调递减；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f''(x)>0$，$f'(x)$ 单调递增，

从而当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)\ge f'(1)=0$，$f(x)$ 单调递增，

故函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$，$f(x)$ 无单调递减区间；.......................4 分

（2）函数 $h(x)=f(x)-ax-1=e^{x-1}-x\ln x-ax-1$，$x>0$，

令 $h(x)=0$，得 $a=\dfrac{e^{x-1}}{x}-\ln x-\dfrac{1}{x}$，

令 $g(x)=\dfrac{e^{x-1}}{x}-\ln x-\dfrac{1}{x}$，则函数 $h(x)$ 在 $x\in\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 的零点个数，

即直线 $y=a$ 与函数 $g(x)$ 的图象在 $x\in\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 上的交点个数，..........................6 分

又 $g'(x)=\dfrac{e^{x-1}(x-1)}{x^2}+\dfrac{1-x}{x^2}=\dfrac{(e^{x-1}-1)(x-1)}{x^2}$，令 $g'(x)=0$，$x=1$

x	$\left(\frac{1}{2},1\right)$	1	$(1,+\infty)$
$g'(x)$	+	0	+

所以 $g(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递增，又因为当 $x\to+\infty$ 时，$g(x)\to+\infty$，

$g(x)_{\min}=g(\frac{1}{2})=2e^{-\frac{1}{2}}+\ln2-2$ ....8 分

①当 $a\geq 2e^{-\frac{1}{2}}+\ln2-2$ 时，直线 $y=a$ 与函数 $g(x)$ 的图象在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上有 1 个交点，

即 $h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上零点个数为 1 个。

②当 $a<2e^{-\frac{1}{2}}+\ln2-2$ 时，直线 $y=a$ 与函数 $g(x)$ 的图象在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上没有交点，

即 $h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上零点个数为 0 个。 ....11 分

综上，当 $a<2e^{-\frac{1}{2}}+\ln2-2$ 时，$h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上零点个数为 0 个。

当 $a\geq 2e^{-\frac{1}{2}}+\ln2-2$ 时，$h(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上零点个数为 1 个。....................12 分

22、解：（1）曲线 C：$x^2+(y-2)^2=4$，极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$

当 $\theta_0=\frac{\pi}{3}$ 时，$\rho_0=4\sin\frac{\pi}{3}=2\sqrt{3}$，$|OP|=|OA|\cos\frac{\pi}{3}=2$

设 $Q(\rho,\theta)$ 为 L 上除点 P 的任意一点，在 $Rt\Delta OPQ$ 中，$\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=|OP|=2$，

经检验，点 $P\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ 在曲线 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2$ 上，

所以 L 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2$ ....5 分

（2）、设 $P(\rho,\theta)$，在 $Rt\Delta OAP$ 中，$|OP|=|OA|\cos\theta=4\cos\theta$，$\rho=4\cos\theta$

因为 P 在线段 OM 上，$AP\perp OM\ \therefore OP\leq OM\ \therefore 4\cos\theta\leq 4\sin\theta$，所以 $\theta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$。

所以 P 的轨迹的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，$\theta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$.........10 分

22、解：$f(x)=|2x-1|+|x-2|==\begin{cases}-3x+3,\left(x\leq\frac{1}{2}\right)\\ x+1,\left(\frac{1}{2}<x\leq2\right)\\ 3x-3,(x>2)\end{cases}$ 有题可知：$f(x)_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$

（1）若 $\forall x_0\in R$，使得不等式 $f(x_0)\geq|k+3|-|k-2|$ 成立，$\therefore f(x_0)_{\min}\geq|k+3|-|k-2|$

$\therefore\frac{3}{2}\geq|k+3|-|k-2|$，

$\begin{cases}k\leq-3\\-(k+3)+(k-2)\leq\frac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-3<k<2\\k+3+k-2\leq\frac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k\geq2\\(k+3)-(k-2)\leq\frac{3}{2}\end{cases}$ $\therefore k\leq\frac{1}{4}$. ....5 分

（2）、由题可知：$f(x)_{\min}\geq\frac{1}{m}+\frac{1}{n}(m,n>0)$ $\therefore\frac{3}{2}\geq\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$

即 $m+n\leq\frac{3}{2}mn\leq\frac{3}{2}\left(\frac{m+n}{2}\right)^2$，当且仅当 m=n 时取“=”号，$\therefore m+n\geq\frac{8}{3}$，

所以 $m+n$ 的最小值 $\frac{8}{3}$ ....10 分