# 江苏省仪征中学2019届附加题冲刺训练1

班级__________ 姓名__________ 日期__________得分__________

**1.** 已知矩阵 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & -1\\ a & 1\end{bmatrix}$,其中 $a\in\mathbf{R}$,若点 $P(1,1)$ 在矩阵 $\mathbf{A}$ 的变换下得到点 $P'(0,-3)$.

(1)求实数 $a$ 的值;

(2)求矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值及特征向量.

**2.** 已知直线 $l$ 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in\mathbf{R})$,它与曲线 $C$:$\begin{cases}x=1+2\cos\alpha,\\ y=2+2\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数)相交于 $A$,$B$ 两点,求 $AB$ 的长.

**3.** 某车间在两天内，每天生产 10 件某产品，其中第一天、第二天分别生产出 1 件、2 件次品. 而质检部门每天要从生产的 10 件产品中随意抽取 4 件进行检查，若发现有次品，则当天的产品不能通过.

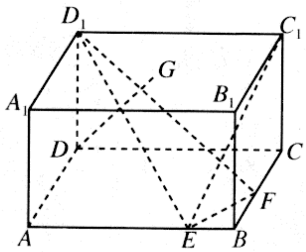
(1)求第一天产品通过检查的概率；

(2)若厂内对车间生产的产品采用记分制：两天全不通过检查得 0 分；通过 1 天、2 天分别得 1 分、2 分. 求该车间这两天的所得分 $\xi$ 的数学期望.

**4.** 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB=4$，$AD=3$，$AA_1=2$，$E$，$F$ 分别是棱 $AB$，$BC$ 上的点，且 $EB=FB=1$.

(1)求异面直线 $EC_1$ 与 $FD_1$ 所成角的余弦值；

(2)试在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上确定一点 $G$，使 $DG\perp$平面 $D_1EF$.



# 江苏省仪征中学2019届附加题冲刺训练2

班级__________ 姓名__________ 日期__________得分__________

**1.** 已知变换 $T_1$：关于 $x$ 轴的反射变换，变换 $T_2$：绕原点逆时针旋转 $90°$.

(1)分别求两次变换所对应的矩阵 $\boldsymbol{M}_1,\boldsymbol{M}_2$；

(2)求点 $C(2,1)$ 在两次连续的变换 $T_1,T_2$ 作用下所得到的点的坐标.

**2.** 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 的右顶点为 $A$，上顶点为 $B$，$P$ 是在第一象限内椭圆上的一个动点，求 $\triangle PAB$ 的面积 $S$ 的最大值.

**3.** 某电视台综艺频道组织闯关游戏，游戏规定前两关至少过一关才有资格闯第三关，闯关者闯第一关成功得 3 分，闯第二关成功得 3 分，闯第三关成功得 4 分. 现有一位参加游戏者单独闯第一关、第二关、第三关成功的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，记该参加者闯三关所得总分为 $\xi$.

(1)求该参加者有资格闯第三关的概率；

(2)求 $\xi$ 的概率分布和数学期望.

**4.** 试比较 $n^{n+1}$ 与 $(n+1)^n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 的大小，并证明你的结论.

江苏省仪征中学2019届附加题冲刺训练3

班级__________ 姓名__________ 日期__________得分__________

**1.** 设$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$,试求曲线$y=\sin x$在矩阵$\boldsymbol{MN}$变换下的曲线方程.

**2.** 已知极坐标系的极点与直角坐标系的原点重合,极轴与$x$轴的正半轴重合.若直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}$.

(1)把直线$l$的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2)已知$P$为椭圆$C$:$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$上一点,求点$P$到直线$l$的距离的最大值.

**3.** 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长都相等，$P$ 为 $A_1B$ 上的点，$\overrightarrow{A_1P}=\lambda\overrightarrow{A_1B}$，且$PC\perp AB$.

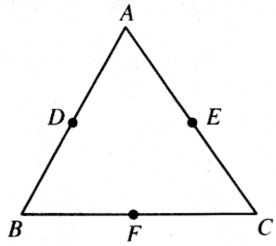
(1)求 $\lambda$ 的值；

(2)求异面直线 $PC$ 与 $AC_1$ 所成角的余弦值.

**4.** 如图，已知面积为 1 的正三角形 $ABC$ 三边的中点分别为 $D,E,F$，从 $A,B,C,D,E,F$ 六个点中任取三个不同的点，所构成的三角形的面积为 $X$（三点共线时，规定 $X=0$）.

(1)求 $P\left(X\geqslant\frac{1}{2}\right)$；

(2)求随机变量 $X$ 的数学期望$E(X)$.



# 江苏省仪征中学2019届附加题冲刺训练4

班级__________ 姓名__________ 日期__________得分__________

**1.** 变换 $T$ 是将平面上每个点 $M(x,y)$ 的横坐标乘 2，纵坐标乘 4，变到点 $M'(2x,4y)$.

(1)求变换 $T$ 的矩阵；

(2)圆 $C$：$x^2+y^2=1$ 在变换 $T$ 的作用下变成了什么图形？

**2.** 在极坐标系中，圆 $C$ 的极坐标方程为 $\rho=\sqrt{2}\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$，以极点为原点，极轴为 $x$ 轴的正半轴建立平面直角坐标系，直线 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\dfrac{4}{5}t,\\ y=-1-\dfrac{3}{5}t\end{cases}$（$t$ 为参数），求直线 $l$ 被圆 $C$ 所截得的弦长.

**3.** 已知等式$(x^2+2x+2)^5=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_9(x+1)^9+a_{10}(x+1)^{10}$，其中$a_i(i=0,1,2,\cdots,10)$为实常数. 求：

(1) $\sum\limits_{n=1}^{10}a_n$ 的值；

(2) $\sum\limits_{n=1}^{10}na_n$ 的值.

**4.** 一个暗箱中有形状和大小完全相同的 3 个白球与 2 个黑球，每次从中取出一个球，取到白球得 2 分，取到黑球得 3 分. 甲从暗箱中有放回地依次取出 3 个球.

(1)写出甲总得分$\xi$的分布列；

(2)求甲总得分$\xi$的期望$E(\xi)$.

# 江苏省仪征中学2019届附加题冲刺训练5

班级__________ 姓名__________ 日期__________得分__________

**1.** 求使等式$\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}\boldsymbol{M}\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}$成立的矩阵$\boldsymbol{M}$.

**2.** 在极坐标系中，直线$l$的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$，以极点为原点，极轴为$x$轴的正半轴建立平面直角坐标系，曲线$C$的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\y=1+\cos 2\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），求直线$l$与曲线$C$的交点$P$的直角坐标.

**3.** 从集合 $M=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ 中任取三个元素构成子集 $\{a,b,c\}$.

(1)求 $a,b,c$ 中任意两数之差的绝对值均不小于 2 的概率;

(2)记 $a,b,c$ 三个数中相邻自然数的组数为 $\xi$(如集合 $\{3,4,5\}$ 中 3 和 4 相邻,4 和 5 相邻,$\xi=2$),求随机变量 $\xi$ 的概率分布及其数学期望 $E(\xi)$.

**4.** 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$,通项公式为 $a_n=\dfrac{1}{n}$,$f(n)=\begin{cases} S_{2n}, & n=1, \\ S_{2n}-S_{n-1}, & n\geqslant 2. \end{cases}$

(1)计算 $f(1)$,$f(2)$,$f(3)$ 的值;

(2)比较 $f(n)$ 与 1 的大小,并用数学归纳法证明你的结论.