

2022 届高三数学午间练 6.13

1. 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, 4)$, 则 $P(\xi < 3)$ 的值为 ()

(参考数据: $P(u - \sigma < \xi < u + \sigma) = 0.6526$, $P(u - 2\sigma < \xi < u + 2\sigma) = 0.9544$)

A. 0.1737

B. 0.3474

C. 0.6837

D. 0.8263

因为随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, 4)$, 所以 $\mu = 1$, $\sigma^2 = 4$, 即 $\sigma = 2$,

$$\text{所以 } P(\xi < 3) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}P(u - \sigma < \xi < u + \sigma) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 0.6526 = 0.8263,$$

故选: D.

2. (多选题) 为响应政府部门疫情防控号召, 某红十字会安排甲乙丙丁 4 名志愿者分别奔赴

A, B, C 三地参加防控工作, 下列选项正确的是 ()

A. 若恰有一地无人去, 则共有 42 种不同的安排方法

B. 共有 64 种不同的安排方法

C. 若甲乙两人不能去 A 地, 且每地均有人去, 则共有 44 种不同的安排方法

D. 若该红十字会又计划为这三地捐赠 20 辆救护车 (救护车相同), 且每地至少安排一辆, 则共有 171 种不同的安排方法

对于 A, 若恰有一地无人去, 需要先在 3 地中选出 2 个地方, 将 4 人安排到这两个地方, 有

$$C_3^2(2^4 - 2) = 42 \text{ 种选取方法, A 正确;}$$

对于 B, 安排甲乙丙丁 4 名志愿者分别奔赴 A, B, C 三地参加防控工作, 每人有 3 种安排方法, 则有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 种安排方法, B 错误;

对于 C, 根据题意, 需要将 4 人分为 3 组, 若甲乙在同一组, 有 1 种分组方法, 则甲乙所在的组不能去 A 地, 有 2 种情况, 剩余 2 组安排到其余 2 地, 有 $A_2^2 = 2$ 种情况, 此时有 $2 \times 2 = 4$ 种安排方法;

若甲乙不在同一组, 有 $C_4^2 - 1 = 5$ 种分组方法, 若甲乙两人不能去 A 地, 只能安排没有甲乙的 1 组去 A 地, 甲乙所在的两组安排到 B、C 两地, 有 $A_2^2 = 2$ 种情况, 此时有 $5 \times 2 = 10$ 种安排方法; 则一共有 $4 + 10 = 14$ 种安排方法, C 错误;

对于 D, 只需要将 20 辆救护车排成一排, 在 19 个空位中插入挡板, 就可以将 20 辆救护车分为 3 组, 依次对应 A, B, C 三地即可, 有 $C_{19}^2 = 171$ 种安排方法;

故选: AD.

3. 已知函数 $f(x) = x^3 + x - \sin x$ 则满足不等式 $f(2m^2) \leq f(1-m)$ 成立的实数 m 的取值范围是_____.

【详解】

由 $f(x) = x^3 + x - \sin x$, 得 $f'(x) = 3x^2 + 1 - \cos x \geq 0$, $\therefore$ 函数 $f(x)$ 为增函数,

由 $f(2m^2) \leq f(1-m)$, 得 $2m^2 \leq 1-m$, $\therefore 2m^2 + m - 1 \leq 0$. 解得 $-1 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

故答案为: $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$.

4. 为了调查国企员工对新个税法的满意程度, 研究人员在 A 地各个国企中随机抽取了 1000 名员工进行调查, 并将满意程度以分数的形式统计成如下的频率分布表, 其中 $a = 4b$.

分数	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
频率	0.08	a	0.35	0.27	b

(1) 若按照分层抽样从 $[50,60)$, $[60,70)$ 中随机抽取 8 人, 再从这 8 人中随机抽取 4 人, 记分数在 $[60,70)$ 的人数为 X , 求 X 的分布列与数学期望;

(2) 以频率估计概率, 若该研究人员从全国国企员工中随机抽取 n 人作调查, 记成绩在 $[60,70)$, $[90,100]$ 的人数为 X , 若 $D(X) \leq 2.2$, 求 n 的最大值.

【详解】

(1) 依题意 $a + b + 0.08 + 0.27 + 0.35 = 1$, 所以 $a + b = 0.3$.

又 $a = 4b$, 所以 $a = 0.24$, $b = 0.06$.

分数在 $[50,60)$ 和 $[60,70)$ 的员工分别被抽取了 2 人和 6 人,

所以 X 的可能取值为 2, 3, 4.

$$P(X=2) = \frac{C_2^2 C_6^2}{C_8^4} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14}, \quad P(X=3) = \frac{C_2^1 C_6^3}{C_8^4} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7},$$

$$P(X=4) = \frac{C_6^4}{C_8^4} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14},$$

所以 X 的分布列为

X	2	3	4
-----	---	---	---

P	$\frac{3}{14}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{14}$
-----	----------------	---------------	----------------

所以 $E(X) = 2 \times \frac{3}{14} + 3 \times \frac{4}{7} + 4 \times \frac{3}{14} = 3$.

(2) 依题意, 知 $X \sim B\left(n, \frac{3}{10}\right)$,

由 $D(x) \leq 2.2$, 得 $D(x) = n \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{21n}{100} \leq 2.2$,

解得 $n \leq 10$, 故所求的 n 的最大值为 10.