

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科期中复习

期中综合小练 (4)

班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 日期: \_\_\_\_\_

一、单选题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.)

1. 已知集合  $A = \{1, 2, m^2\}$ ,  $B = \{1, m\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 则  $m =$  ( )

- A. 0                      B. 2                      C. 0 或 2                      D. 1 或 2

2. 设  $x \in R$ , 则 " $\log_2(x-2) < 1$ " 是 " $x > 2$ " 的 ( ) 条件.

- A. 充分不必要              B. 必要不充分              C. 充要                      D. 既不充分又不必要

3. 已知  $\cos(75^\circ + \alpha) = \frac{1}{4}$ , 则  $\cos(30^\circ - 2\alpha) =$  ( ).

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{5}{4}$                       C.  $\frac{5}{8}$                       D.  $\frac{7}{8}$

4. 如图是一个装有水的倒圆锥形杯子, 杯子口径 6cm, 高 8cm (不含杯脚), 已知水的高度是 4cm, 现往杯子中放入一种直径为 1cm 的珍珠, 该珍珠放入水中后直接沉入杯底, 且体积不变. 如果放完珍珠后水不溢出, 则最多可以放入珍珠 ( )



- A. 98 颗                      B. 106 颗                      C. 120 颗                      D. 126 颗

5. 已知函数  $f(x) = mx^2 - (3-m)x + 1$ ,  $g(x) = mx$ , 若对于任意实数  $x$ ,  $f(x)$  与  $g(x)$  的值至少有一个为正数, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A. (1,9)                      B. (3, +∞)                      C. (-∞, 9)                      D. (0,9)

6.  $f(x)$  是定义域为  $(0, +\infty)$  的单调函数, 对任意的  $x \in (0, +\infty)$ , 都有  $f(f(x) + \log_{\frac{1}{3}} x) = 4$ , 且方程  $|f(x) - 3| = a$

在区间  $(0, 3]$  上有两解, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $0 < a \leq 1$               B.  $a < 1$                       C.  $0 < a < 1$                       D.  $a \geq 1$

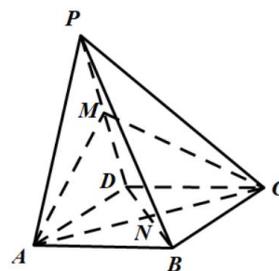
二、多选题（本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分。）

7. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, 0 < \varphi < \pi$ ) 的部分图象如图中实线所示，图中圆  $C$  与  $f(x)$  的图象交于  $M, N$  两点，且  $M$  在  $y$  轴上，则下列说法中正确的是（ ）

- A. 函数  $f(x)$  在  $\left(-\frac{3\pi}{2}, -\pi\right)$  上单调递增
- B. 函数  $f(x)$  的图象关于点  $\left(-\frac{2\pi}{3}, 0\right)$  成中心对称
- C. 函数  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{5\pi}{12}$  个单位后关于直线  $x = \frac{5\pi}{6}$  成轴对称
- D. 若圆半径为  $\frac{5\pi}{12}$ ，则函数  $f(x)$  的解析式为  $f(x) = \frac{\sqrt{3}\pi}{6} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

8. 如图，四棱锥  $P-ABCD$  中，平面  $PAD \perp$  底面  $ABCD$ ， $\triangle PAD$  是等边三角形，底面  $ABCD$  是菱形，且  $\angle BAD = 60^\circ$ ， $M$  为棱  $PD$  的中点， $N$  为菱形  $ABCD$  的中心，下列结论正确的有（ ）

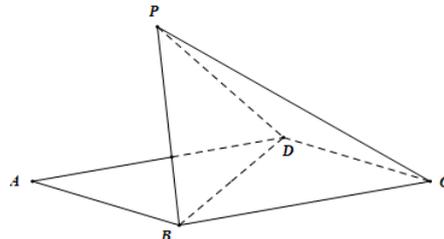
- A. 直线  $PB$  与平面  $AMC$  平行
- B. 直线  $PB$  与直线  $AD$  垂直
- C. 线段  $AM$  与线段  $CM$  长度相等
- D.  $PB$  与  $AM$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{2}}{4}$



三、填空题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。）

9. 曲线  $y = (x + \sin x)e^x$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_。

10. 如图，边长为 2 的菱形  $ABCD$  中， $\angle BCD = 60^\circ$ ，现将  $\triangle ABD$  沿对角线  $BD$  折起，得到三棱锥  $P-BCD$ 。则当二面角  $P-BD-C$  的大小为  $\frac{2\pi}{3}$  时，三棱锥  $P-BCD$  的外接球的表面积为\_\_\_\_\_。



11. 已知  $\triangle ABC$  中，则  $2\sin^2 A + \sin^2 B = 2\sin^2 C$  则  $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C}$  最小值是\_\_\_\_\_。

四、解答题（本题共3小题，计36分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

12. 已知  $m \in \mathbf{R}$ ，命题  $p$ ：关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + m = 0$  在  $(1, +\infty)$  有两个不相等的实数根；

命题  $q$ ：函数  $f(x) = \frac{1}{4x^2 + mx + m}$  的定义域为  $\mathbf{R}$ .

(1) 若命题  $p$  为真，求实数  $m$  的取值范围；

(2) 若命题  $p$  与命题  $q$  恰有一个为真，求实数  $m$  的取值范围.

13. 已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 2 \cos^2 x + 1 (x \in \mathbf{R})$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调递增区间；

(2) 设  $a \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ ，且  $f(a) = \frac{6}{5}$ ，求  $\sin 2a$  值.

14. 已知函数  $f(x) = \log_a x$ , 其中  $a > 0$  且  $a \neq 1$ .

(1) 若  $0 < a < 1$ , 解不等式  $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) > f(x)$ ,

(2) 若  $a > 1$ , 关于  $x$  的方程  $[f(x)]^2 - 2mf(x) + 2m^2 - 10 = 0$  在  $[a^2, +\infty)$  有解, 求实数  $m$  的取值范围.