仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(9) 11.26

班级________________学号_________姓名________________成绩____________.

一．填空题

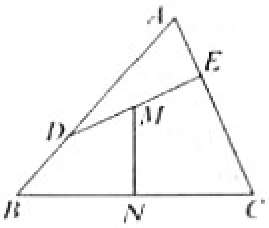
1. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n,若$S_{15}=30,a_7=1$,则S_{10}的值为_____．

2. 已知$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,且$P(4,3)$是$\alpha-\frac{\pi}{6}$终边上一点,则$cos\alpha$的值是______．

3. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+1}-3,-1<x\le 0\\ x,0<x\le 1\end{cases}$,若函数$g(x)=f(x)-mx-m$在$(-1,1]$内有且仅有两个不同的零点,则实数 m 的取值范围为______．

4. 已知实数 x,y 满足$xy+1=4x+y$,且$x>1$,则$(x+1)(y+2)$的最小值为______．

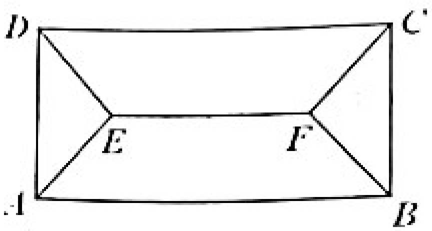
5. 如图,在$\triangle ABC$中,$AB=\sqrt{3},AC=\sqrt{2},\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC},\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{ME},\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$,若$MN\perp BC$,则 $\cos A$ 的值为______．



6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+1}-3,-1<x\le 0\\ x,0<x\le 1\end{cases}$,若函数$g(x)=f(x)-mx-m$在$(-1,1]$内有且仅有两个不同的零点,则实数 m 的取值范围为______．

二、解答题

7. 如图所示是某社区公园的平面图,$ABCD$ 为矩形,$AB=200$米,$BC=100$米,为了便于居民观赏花草,现欲在矩形 $ABCD$ 内修建 5 条道路 AE,DE,EF,BF,CF,道路的宽度忽略不计,考虑对称美,要求直线 EF 垂直平分边 AD,且线段 EF 的中点是矩形的中心,求这 5 条路总长度的最小值．



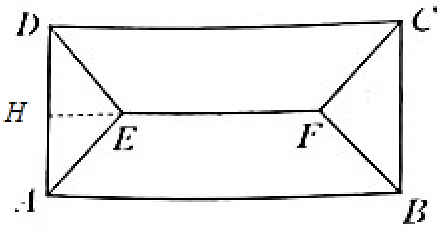
8.已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{4}$,左顶点为 A,右焦点为 F,且$AF=5$．

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)已知圆 M 的圆心$M(-\frac{7}{8},0)$,半径为r.点 P 为椭圆上的一点,若圆 M 与直线 PA,PF 都相切,求此时圆 M 的半径 r ．

仪征中学 2020 届数学一轮复习补偿训练(9) 11.26

1、-5　　2、$\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$　　3 、$\frac{1}{2}$　　4、27．　5、$\frac{\sqrt{6}}{6}$　6、$(-\frac{9}{4},-2]\cup(0,\frac{1}{2}]$



7【答案】解：解法一：设$\angle ADE=\theta(\theta\in(0,\frac{\pi}{2}))$,过 E 作$EH\perp AD$于 H,

$\because EF$垂直平分 AD,$\therefore DH=\frac{1}{2}BC=50$(米),$\therefore DE=\frac{50}{\cos\theta}$(米),$EH=50tan\theta$(米),

又$\because EF$的中点是矩形 $ABCD$ 的中心,$\therefore EF=200-2EH=200-100tan\theta$(米),

记这 5 条路总长度为$f(\theta)$(米),

则$f(\theta)=4\cdot\frac{50}{\cos\theta}+200-100tan\theta(\theta\in(0,\frac{\pi}{2}))$,

即$f(\theta)=200+100\cdot\frac{2-sin\theta}{\cos\theta}(\theta\in(0,\frac{\pi}{2}))$,

$\therefore f'(\theta)=100\cdot\frac{(2-sin\theta)\prime cos\theta-(2-sin\theta)(cos\theta)\prime}{\cos^2\theta}$,

化简得$f'(\theta)=100\cdot\frac{2sin\theta-1}{\cos^2\theta}$,由$f'(\theta)=0$,可得$\theta=\frac{\pi}{6}$,

列表如下：

θ	$(0,\frac{\pi}{6})$	$\frac{\pi}{6}$	$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$
$f'(\theta)$	$-$	0	$+$
$f(\theta)$	↘	$200+100\sqrt{3}$	↗

由上表可知,当$\theta=\frac{\pi}{6}$时,$f(\theta)$取最小值$f(\frac{\pi}{6})=200+100\cdot\frac{2-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=200+100\sqrt{3}$(米)．

答：5 条道路的总长度的最小值为$200+100\sqrt{3}$(米)．

解法二：过 E 作$EH\perp AD$于 H,设$EH=x$(米)($0<x<100$)．

因 EF 垂直平分 AD,故$AH=\frac{1}{2}BC=50$(米),

又$\because EF$的中点是矩形 $ABCD$ 的中心,$\therefore EF=200-2x$(米)；

在$Rt\triangle AEH$中,$AE=\sqrt{2500+x^2}$(米),

由对称性可得,$AE=DE=CF=BF=\sqrt{2500+x^2}$(米)；

记这 5 条路总长度为$f(x)$(米),$\therefore f(x)=4\sqrt{2500+x^2}+200-2x,(0<x<100)$,

$\therefore f'(x)=\frac{4x-2\sqrt{2500+x^2}}{\sqrt{2500+x^2}}=\frac{2(2x-\sqrt{2500+x^2})}{\sqrt{2500+x^2}}$,

令 $f'(x)=0$,解得$x=\frac{50}{3}\sqrt{3}$(负值舍)．

列表如下：

x	$(0,\frac{50}{3}\sqrt{3})$	$\frac{50\sqrt{3}}{3}$	$(\frac{50\sqrt{3}}{3},100)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	$200+100\sqrt{3}$	↗

由上表可知,当$x=\frac{50\sqrt{3}}{3}$时,$f(x)$取最小值$200+100\sqrt{3}$,

答：5 条道路的总长度的最小值为$200+100\sqrt{3}$米.

8. 解：(1) ∵椭圆离心率为$\frac{1}{4}$,左顶点为 A,右焦点为 F,且$AF=5$．

$\therefore\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{4}\\a+c=5\end{cases}$,解得：$\begin{cases}a=4\\c=1\end{cases}$ $\therefore b^2=15$ ∴椭圆 C 的方程为：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$………(4分)

(2)由题意得：$A(-4,0)$,$F(1,0)$,设点 P 的坐标为(x_0,y_0),则$\frac{x_0^2}{16}+\frac{y_0^2}{15}=1$,

①当$x_0=1$时,直线 PF：$x=1$,与圆 M 相切,则$R=1-(-\frac{7}{8})=\frac{15}{8}$,

不妨取$P(1,\frac{15}{4})$,直线$PA:y=\frac{\frac{15}{4}}{1-(-4)}(x+4)$,即$3x-4y+12=0$,

∴点 M 到直线 PF 的距离为$\frac{|3\times(-\frac{7}{8})+12|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{15}{8}=r$ ∴直线 PF 与圆 M 相切,

∴当$r=\frac{15}{8}$时,圆 M 与直线 PA,PF 都相切,………(7分)

②当$x_0=-4$时,点 P 与点 A 重合,不符合题意；

③当$x_0\neq 1$且$x_0\neq -4$时,直线$PA:y=\frac{y_0}{x_0+4}(x+4)$, $PF:y=\frac{y_0}{x_0-1}(x-1)$

化简得：PA：$y_0x-(x_0+4)y+4y_0=0$,PF：$y_0x-(x_0-1)y-y_0=0$

∵圆 M 与直线 PA,PF 都相切∴ $\frac{|-\frac{7}{8}y_0+4y_0|}{\sqrt{y_0^2+(x_0+4)^2}}=\frac{|-\frac{7}{8}y_0-y_0|}{\sqrt{y_0^2+(x_0-1)^2}}=r$………(11分)

∵ $y_0\neq 0$,又$y_0^2=15(1-\frac{x_0^2}{16})$代入化简得：$x_0^2-122x_0+121=0$,解得：$x_0=1$或 $x_0=121$,

∵ $-4<x_0<4$且$x_0\neq 1$,∴无解,………(13分)

综上：$r=\frac{15}{8}$.………(14分)