

练习 8 函数的奇偶性

(满分 100 分 时间 50 分钟)

一、单项选择题(每小题 5 分,共 25 分)

- (2019 江苏高三期末)已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数,且当 $x > 0$ 时, $f(x) = 3^x - 1$, 则 $f(-2) =$ ()
 A. -8 B. 8 C. $-\frac{10}{9}$ D. $\frac{8}{9}$
- (2018 江苏南通中学高一期中)在函数:(1) $f(x) = x^2 - 2x$; (2) $f(x) = (x+1)\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; (3) $f(x) = (x-1)^2$; (4) $f(x) = \lg \sqrt{x^2 - 2}$ 中,偶函数的个数是 ()
 A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- (2019 江苏海安高级中学高一月考)若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ -x^2 + ax, & x < 0 \end{cases}$ 为奇函数,则实数 a 的值为 ()
 A. 2 B. -2 C. 1 D. -1
- (2019 江苏扬州二中高一月考)已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增,则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围为 ()
 A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$
- (2019 扬州大学附属中学高一月考)设 $f(x)$ 为奇函数,且在 $(-\infty, 0)$ 内是减函数, $f(2) = 0$, 则 $\frac{f(x)}{x} < 0$ 的解集为 ()
 A. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ B. $\{x | x < -2 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ D. $\{x | -2 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$

二、多项选择题(每小题 5 分,共 10 分)

- (2020 山东枣庄期中)定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x) + g(x) = 4^x$, 下列结论正确的有 ()
 A. $f(x) = \frac{4^x - 4^{-x}}{2}$, 且 $0 < f(1) < g(2)$
 B. $\forall x \in \mathbf{R}$, 总有 $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$
 C. $\forall x \in \mathbf{R}$, 总有 $f(-x)g(-x) + f(x)g(x) = 0$
 D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(2x_0) > 2f(x_0)g(x_0)$
- (2020 重庆育才中学期中)已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 满足 ()
 A. $f(0) = 0$
 B. $y = f(x)$ 是奇函数
 C. $f(x)$ 在 $[m, n]$ 上有最大值 $f(n)$
 D. $f(x-1) > 0$ 的解集为 $(-\infty, 1)$

三、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

- (2019 四川南充一中月考)若函数 $f(x) = \ln(e^x + 1) + ax$ 为偶函数, 则实数 $a =$ _____.
- (2020 浙江期中联考)已知奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(x+2) = 0$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = 2x$, 则 $f\left(\frac{3}{2}\right) =$ _____; 当 $x \in (3, 5)$ 时, $f(x) =$ _____.
- (2019 江苏淮安一中模拟)已知 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上最小正周期为 2 的周期函数, 且当 $0 \leq x < 2$ 时, $f(x) = x^3 - x$, 则函数 $y = f(x)$ 的图像在区间 $[0, 6]$ 上与 x 轴的交点个数为 _____.

答题卡

姓名 _____

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

7. _____

8. _____

9. _____

10. _____

四、解答题(每小题 25 分,共 50 分)

11. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($x \neq 0, a \in \mathbf{R}$), 若 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围.

12. (2019 山西太原五中模拟) 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$.

(1) 求 $f(\pi)$ 的值;

(2) 当 $-4 \leq x \leq 4$ 时, 求 $f(x)$ 的图像与 x 轴所围成图形的面积.