

3.2.1 基本不等式的证明

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. 下列不等式中正确的是

()

A. $a + \frac{4}{a} \geq 4$

B. $a^2 + b^2 \geq 4ab$

C. $\sqrt{ab} \geq \frac{a+b}{2}$

D. $x^2 + \frac{3}{x^2} \geq 2\sqrt{3}$

2. $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $a^2 + b^2$ 与 $2|ab|$ 的大小关系是 ()

A. $a^2 + b^2 \geq 2|ab|$

B. $a^2 + b^2 = 2|ab|$

C. $a^2 + b^2 \leq 2|ab|$

D. $a^2 + b^2 > 2|ab|$

3. 已知 $x > -2$, 则 $x + \frac{1}{x+2}$ 的最小值为()

A. $-\frac{1}{2}$

B. -1

C. 2

D. 0

4. 已知 $m = a + \frac{1}{a-2}$ ($a > 2$), $n = 4 - b^2$ ($b \neq 0$), 则 m, n 之间的大小关系是()

A. $m > n$

B. $m < n$

C. $m = n$

D. 不确定

5. (多选) 设 $y = x + \frac{1}{x} - 2$, 则()

A. 当 $x > 0$ 时, y 有最小值 0

B. 当 $x > 0$ 时, y 有最大值 0

C. 当 $x < 0$ 时, y 有最大值 -4

D. 当 $x < 0$ 时, y 有最小值 -4

6. (多选) 下面四个推导过程正确的有()

A. 若 a, b 为正实数, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2$

B. 若 $a \in \mathbf{R}, a \neq 0$, 则 $\frac{4}{a} + a \geq 2\sqrt{\frac{4}{a} \cdot a} = 4$

C. 若 $x, y \in \mathbf{R}, xy < 0$, 则 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -\left[\left(\frac{-x}{y}\right) + \left(\frac{-y}{x}\right)\right] \leq -2\sqrt{\left(\frac{-x}{y}\right)\left(\frac{-y}{x}\right)} = -2$

D. 若 $a < 0, b < 0$, 则 $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq ab$

7. 如果 $a > 0$, 那么 $a + \frac{1}{a} + 2$ 的最小值是_____.

8. 下列不等式的推导过程正确的是_____. (填序号)

① 若 $x > 1$, 则 $x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2$;

② 若 $x < 0$, 则 $x + \frac{4}{x} = -\left[(-x) + \left(-\frac{4}{x}\right)\right] \leq -2\sqrt{(-x) \cdot \left(-\frac{4}{x}\right)} = -4$;

③若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2$.

9. 课本 P57 第 1 题

10. 课本 P57 第 3 题

11. 课本 P57 第 5 题

12. 课本 P57 第 7 题

13. 课本 P69 第 10 题

14. 课本 P69 第 11 题

15. 已知 $a < b < c$, $x = \sqrt{(c-b)(b-a)}$, $y = \frac{c-a}{2}$, 比较 x, y 的大小关系。

16. 已知当 $x=3$ 时, 代数式 $4x + \frac{a}{x}$ ($x>0$, $a>0$) 取得最小值, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【提高拓展】

1. 已知: a, b, c 是正数, 且 $a + b + c = 1$.

求证: $(\frac{1}{a} - 1)(\frac{1}{b} - 1)(\frac{1}{c} - 1) \geq 8$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. 设实数 a, b, c 满足 $a > b > c$, 则 $y = (a - c) \cdot \left[\frac{1}{a - b} + \frac{4}{b - c} \right]$ 的最小值为_____.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....