2018—2019学年度第一学期期中调研测试试题

高 三 数 学

2018．11

全卷分两部分：第一部分为所有考生必做部分（**满分160分，考试时间120分钟**），第二部分为选修物理考生的加试部分（**满分40分，考试时间30分钟**）.

注意事项：

1. 答卷前，请考生务必将自己的学校、姓名、考试号等信息填写在答卷规定的地方.
2. 第一部分试题答案均写在答题卷相应位置，答在其它地方无效.
3. 选修物理的考生在第一部分考试结束后，将答卷交回，再参加加试部分的考试.

第 一 部 分

一、填空题（本大题共14小题，每小题5分，共70分，请将答案填写在答题卷相应的位置上）

1．已知 i 为虚数单位，若复数 z 满足 $\frac{z}{1-2i}=1+i$，则复数 $z=$____________.

2．函数 $y=\sqrt{4-2^x}$ 的定义域为____________.

3．已知 $x,y\in\mathbf{R}$，直线 $(a-1)x+y-1=0$ 与直线 $x+ay+2=0$ 垂直，则实数 a 的值为________.

4．已知函数 $f(x)$ 为偶函数，且 $x>0$ 时，$f(x)=x^3+x^2$，则 $f(-1)=$________.

5．已知向量 $\vec{m}=(1,a)$，$\vec{n}=(\frac{4}{a},3a+1)$，若 $\vec{m}\,//\,\vec{n}$，则实数 $a=$ ____________.

6．设△ABC 的三个内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，若 $a=2\sqrt{6}$，$b=6$，$\cos B=-\frac{1}{2}$，那么角 A 的大小为____________.

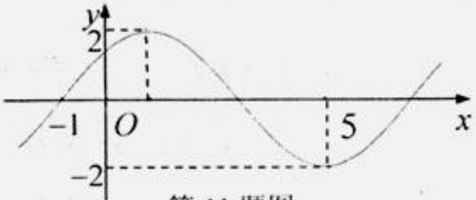
7．设实数 x,y 满足 $\begin{cases}x-y\geq 0\\ x+y\leq 1\\ x+2y\geq 1\end{cases}$，则 $3x+2y$ 的最大值为__________.

8．在平面直角坐标系 xOy 中，若抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上横坐标为1的点到焦点的距离为4，则该抛物线的准线方程为____________.

9．已知条件 p：$x>a$，条件 q：$\frac{1-x}{x+2}>0$．若 p 是 q 的必要不充分条件，则实数 a 的取值范围是__________.

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知双曲线 $\dfrac{x^2}{m}-\dfrac{y^2}{m+1}=1$ 的一个焦点为 $(3,0)$，则双曲线的渐近线方程为________.

11. 若函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则函数 $f(x)$ 在 $[-\pi,0]$ 上的单调增区间为________________.



第 11 题图

12. 在△ABC 中，AH 是边 BC 上的高，点 G 是△ABC 的重心. 若△ABC 的面积为 $\sqrt{6}+1$，$AC=\sqrt{5}$，$\tan C=2$，则 $(\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{BC})\cdot(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})=$____.

13. 已知正实数 a,b 满足 $2a+b=3$，则 $\dfrac{2a^2+1}{a}+\dfrac{b^2-2}{b+2}$ 的最小值是________.

14. 已知函数 $f(x)=2\sqrt{2}x-x^2$，$g(x)=\ln x-ax+5$（e 为自然对数的底数，$e\approx 2.718$）. 对于任意的 $x_0\in(0,e)$，在区间 $(0,e)$ 上总存在两个不同的 x_1,x_2，使得 $g(x_1)=g(x_2)=f(x_0)$，则整数 a 的取值集合是__________.

二、解答题:（本大题共 6 小题，计 90 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

15. （本小题满分 14 分）

在△ABC 中，已知 $\sqrt{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|$，设 $\angle BAC=\alpha$.

（1）求 $\tan\alpha$ 的值;

（2）若 $\cos\beta=\dfrac{3}{5}$，$\beta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，求 $\cos(\beta-\alpha)$ 的值.

16.（本小题满分 14 分）

已知 $a\in\mathrm{R}$，函数 $f(x)=a-\dfrac{1}{|x|}$.

（1）若 $f(x)\le 2x$ 对 $x\in(0,2)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围;

（2）当 $a=1$ 时，解不等式 $f(x)\ge 2x$.

17.（本小题满分 15 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $x-3y-10=0$ 与圆 $O:x^2+y^2=r^2(r>0)$ 相切.

（1）直线 l 过点 $(2,1)$ 且截圆 O 所得的弦长为 $2\sqrt{6}$，求直线 l 的方程.

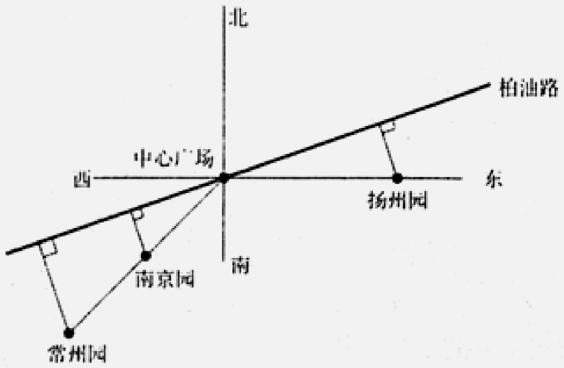
（2）已知直线 $y=3$ 与圆 O 交于 A、B 两点，P 是圆上异于 A、B 的任意一点，且直线 AP、BP 与 y 轴相交于 M、N 点．判断点 M、N 的纵坐标之积是否为定值？若是，求出该定值；若不是，说明理由.

18.（本小题满分 15 分）

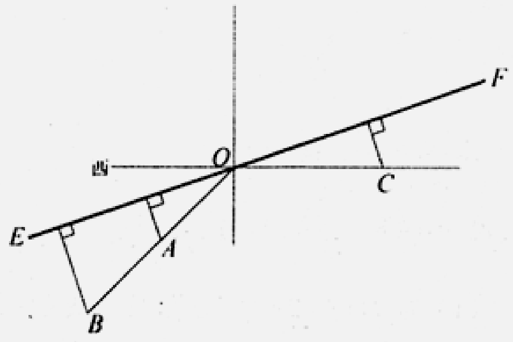
江苏省园博会有一中心广场，南京园，常州园都在中心广场的南偏西 45°方向上，到中心广场的距离分别为 $\sqrt{2}km$，$2\sqrt{2}km$；扬州园在中心广场的正东方向，到中心广场的距离为 $\sqrt{10}km$．规划建设一条笔直的柏油路穿过中心广场，且将南京园，常州园，扬州园到柏油路的最短路径铺设成鹅卵石路（如图（1）、（2））．已知铺设每段鹅卵石路的费用（万元）与其长度的平方成正比，比例系数为 2．设柏油路与正东方向的夹角，即图（2）中 $\angle COF$ 为 θ（$\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$），铺设三段鹅卵石路的总费用为 y（万元).

（1）求南京园到柏油路的最短距离 d_1 关于 θ 的表达式；

（2）求 y 的最小值及此时 $\tan\theta$ 的值.



图（1）



图（2）

19.（本小题满分 16 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右准线方程为 $x=2$，且两焦点与短轴的一个顶点构成等腰直角三角形.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）假设直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 A、B 两点.

①若 A 为椭圆的上顶点，M 为线段 AB 中点，连接 OM 并延长交椭圆 C 于 N，并且 $\overrightarrow{ON}=\frac{\sqrt{6}}{2}\overrightarrow{OM}$，求 OB 的长；

②若原点 O 到直线 l 的距离为1，并且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\lambda$，当 $\frac{4}{5}\le\lambda\le\frac{5}{6}$ 时，求 $\triangle OAB$ 的面积 S 的范围.

20.（本小题满分 16 分）

已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=x^2-2x$；

（1）求 $f(x)$ 在点 $P(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若关于 x 的不等式 $f^2(x)+tf(x)>0$ 有且仅有三个整数解，求实数 t 的取值范围；

（3）若 $h(x)=g(x)+4xf(x)$ 存在两个正实数 x_1,x_2，满足 $h(x_1)+h(x_2)-x_1^2x_2^2=0$，求证：$x_1+x_2\ge 3$.