

**2019-2020学年第一学期高三四校第一次联合调研
高三数学（理科） I卷**

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

（本试卷满分 160 分，考试时间 120 分钟）

一、填空题：（本题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分。请把答案填写在答题卡相应位置上。）

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____ ▲.

2. “ $|x| + |y| \leq 1$ ”是“ $x^2 + y^2 \leq 1$ ”的 _____ ▲ 条件.（请在“充要”、“充分不必要”、

“必要不充分”、“既不充分也不必要”中选择一个合适的填空）

3. 若命题“ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - ax - a < 0$ ”是假命题，则实数 a 的取值范围是 _____ ▲.

4. 函数的 $y = \sqrt{2 - \log_3 x}$ 定义域为 _____ ▲.

5. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq -1 \\ x + y \geq 1 \\ 3x - y \leq 3 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 2x + 3y$ 的最小值是 _____ ▲.

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 + \log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(-2) + f(\log_2 6) =$ _____ ▲.

7. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 - x + 1$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是单调增函数，则实数 a 的取值范围是 _____ ▲.

8. 已知直线 $y = kx + 1$ 与曲线 $y = x^3 + ax + b$ 相切于点 $A(1, 3)$, 则 $a + 2b =$ _____ ▲.

9. 将函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x (x \in \mathbb{R})$ 的图象向左平移 $\varphi (0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ 个单位长度后得到

函数为 $y = g(x)$, 若函数 $y = g(x)$ 是奇函数，则 $\varphi =$ _____ ▲.

10. 已知定义在 \mathbb{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x$, 若在区间 $[-1, 3]$ 上, 函数 $g(x) = f(x) - kx - k$ 有且只有 3 个零点, 则实数 k 的取值范围是 _____ ▲.

11. 已知 $5 \sin 2\alpha + 6 \cos(\pi - \alpha) = 0$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos^2(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{8}) =$ _____ ▲.

12. 已知正实数 x, y 满足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 则 $\frac{x}{x-1} + \frac{4y}{2y-1}$ 的最小值为 _____ ▲.

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x, & x < a \\ -2x, & x \geq a \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) > 4a$ 在实数集 \mathbb{R} 上有解, 则实数 a 的

取值范围是 _____ ▲.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - |x - a|, & x \geq -1 \\ x^2 - 2ax + 2, & x < -1 \end{cases}$ (e 是自然对数的底数) 恰有三个不同的零点, 则实数 a

的取值范围是 _____ ▲.

二、解答题：（本题共 6 题，共 90 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

15. （本题满分 14 分）

已知命题 p : 指数函数 $f(x) = (2a-6)^x$ 在 R 上单调递减, 命题 q : 关于 x 的方程 $x^2 - 3ax + 2a^2 + 1 = 0$ 的两个实根均大于 3.

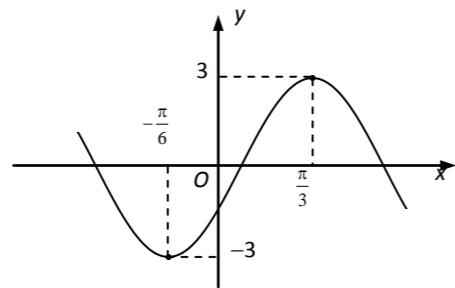
- (1) 若 p 且 q 为真, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求实数 a 的取值范围.

16. (本题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 A, ω, φ 为常数, 且 $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分

图象如图所示.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若 $f(\frac{\alpha}{2}) = \frac{12}{5}$, 求 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值.



(第 16 题图)

17. (本题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = ka^x - a^{-x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 是定义在 R 上的奇函数.

- (1) 若 $f(1) < 0$, 求不等式 $f(x^2 + 2x) + f(x-4) > 0$ 的解集;
- (2) 若 $f(1) = \frac{3}{2}$, 且 $g(x) = a^{2x} + a^{-2x} - 4f(x)$, 求函数 $g(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的值域.

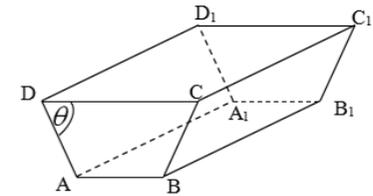
18. (本题满分 16 分)

某农户准备建一个水平放置的直四棱柱形储水窖 (如图), 其中直四棱柱的高 $AA_1 = 10m$, 两底面

$ABCD, A_1B_1C_1D_1$ 是 高为 $2m$, 面积为 $10m^2$ 的等腰梯形, 且 $\angle ADC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$). 若储水

窖顶盖每平方米的造价为 1 百元, 侧面每平方米的造价为 4 百元, 底部每平方米的造价为 5 百元.

- (1) 试将储水窖的造价 y (单位: 百元) 表示为 θ 的函数;
- (2) 该农户如何设计储水窖, 才能使得储水窖的造价最低, 最低造价是多少?



(第 18 题图)

19. (本题满分 16 分)

已知 $m \in R$, 函数 $f(x) = (x^2 + mx + m)e^x$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 没有零点, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 当 $m = 0$ 时, 求 $F(x) = f(x) - x^3 - x^2$ 的最小值;
- (3) 若函数 $f(x)$ 存在极大值, 并记为 $g(m)$, 求 $g(m)$ 的表达式.

20. (本题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = g(x) \cdot h(x)$, 其中函数 $g(x) = e^x, h(x) = x^2 + ax + a$.

- (1) 求函数 $g(x)$ 在 $(1, g(1))$ 处的切线方程;
- (2) 当 $0 < a < 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $x \in [-2a, a]$ 上的最大值;
- (3) 当 $a = 0$ 时, 对于给定的正整数 k , 问函数 $F(x) = e \cdot f(x) - 2k(\ln x + 1)$ 是否有零点? 请说明

理由. (参考数据 $e \approx 2.718, \sqrt{e} \approx 1.649, e\sqrt{e} \approx 4.482, \ln 2 \approx 0.693$)