高一数学午间练 3

一、选择题（本大题共 2 小题，共 30.0 分）

1. 下列函数中，在其定义域内既是奇函数又是减函数的是(　)

A. $y=\frac{1}{x}$

B. $y=\begin{cases}-x^2+1 & x>0\\ x^2-1 & x<0\end{cases}$

C. $y=a^{-x}-a^{x}(0<a<1)$

D. $y=\ln\frac{1-x}{1+x}$

【答案】*D*

【解析】

【试题解析】

【分析】

此题考查函数的奇偶性及单调性的判断，关键是熟练掌握基本初等函数的性质及函数奇偶性、单调性的判断.

属于基础题，解题时针对每个选项逐一判断即可。

【解答】

解：$A.y=\frac{1}{x}$在定义域$\{x|x\neq 0\}$内满足 *f*(-*x*)=-*f*(*x*)，是奇函数，不是减函数，所以 *A* 不符合题意；

$B.y=\begin{cases}-x^2+1 & x>0\\ x^2-1 & x<0\end{cases}$在定义域$\{x|x\neq 0\}$内满足 *f*(-*x*)=-*f*(*x*)，是奇函数，不是减函数，所以 *B* 不符合题意；

$C.y=a^{-x}-a^{x}(0<a<1)$在定义域 *R* 内满足 *f*(-*x*)=-*f*(*x*)，是奇函数，且是增函数，不是减函数，所以 *C* 不符合题意；

$D.y=ln\frac{1-x}{1+x}=ln(1-x)-ln(1+x)$在定义域(-1，1)内满足 *f*(-*x*)=-*f*(*x*)，是奇函数，且是减函数，所以 *D* 符合题意.

故选 *D*.

2. 若命题“$\exists x_0\in R,x_0^2+ax_0+1<0$”为假命题,则实数 *a* 的取值范围是( )

A. (-2,2)

B. (-∞,-2)∪[2,+∞)

C. [-2,2]

D. (-∞,-2)∪(2,+∞)

【答案】*C*

【解析】

【试题解析】

【分析】本题以命题真假的判定为载体，考查二次不等式的恒成立问题，属于基础题.

命题“$\exists x_0\in R,x_0^2+ax_0+1<0$”为假命题,等价于“$\forall x\in R$,都有$x^2+ax+1\geq 0$”为真命题,利用$\varDelta=a^2-4\leq 0$,可解得 a 的取值范围.

【解答】解：命题“$\exists x_0\in R,x_0^2+ax_0+1<0$”的否定“$\forall x\in R$,都有$x^2+ax+1\geq 0$”为真命题,所以$a^2-4\leq 0$,解得$-2\leq a\leq 2$,故选 C.

二、不定项选择题（本大题共 **1** 小题，共 **20.0** 分）

3. 下列各结论中正确的是(   )

A. “$xy>0$”是“$\frac{x}{y}>0$”的充要条件

B. “$\sqrt{x^2+9}+\frac{1}{\sqrt{x^2+9}}$”的最小值为 2

C. 命题“$\forall x>1$，$x^2-x>0$”的否定是“$\exists x_0\leq 1$，$x_0^2-x_0\leq 0$”

D. “函数$y=ax^2+bx+c$的图象过点$(1,0)$”是“$a+b+c=0$”的充要条件

【答案】AD

【解析】

【分析】

本题考查充要条件、全称量词命题、存在量词命题的否定及真假判定，属于中档题.

根据充要条件的判断方法可确定 A、D 选项，由基本不等式可确定 B 选项，再由全称量词命题的否定是存在量词命题可确定 C 选项.

【解答】

解：对于 A，$\mathrm{xy}>0$可知，$y\neq 0$，则不等式两边同时除以y^2，即$\frac{\mathrm{xy}}{y^2}>\frac{0}{y^2}$，$\therefore\frac{x}{y}>0$，过程可逆，所以是充要条件，$A$ 正确；

对于 B，$\sqrt{x^2+9}+\frac{1}{\sqrt{x^2+9}}\geq 2$，当且仅当$\sqrt{x^2+9}=\frac{1}{\sqrt{x^2+9}}$，解得$x^2=-8$，无解，所以等号不成立，所以取不到 2，$B$ 错误；

对于 C，因为全称量词命题的否定是存在量词命题，所以命题“$\forall x>1$，$x^2-x>0$”的否定是“$\exists x_0>1$，$x_0^2-x_0\leqslant 0$”，所以 C 错误.

对于 D，对于函数$y=ax^2+bx+c$而言，将$(1,0)$代入，得$a+b+c=0$，充分性得证；

反之，$a+b+c=0$说明$x=1$是方程$ax^2+\mathrm{bx}+c=0$的根，即(1,0)是函数$y=ax^2+\mathrm{bx}+c$经过的点，必要性得证，故 D 正确．

故选 AD.

三、填空题（本大题共 1 小题，共 20.0 分）

4. 已知“命题 p:$(x-m)^2>3(x-m)$”是“命题 q:$x^2+3x-4<0$”成立的必要不充分条件,则实数 m 的取值范围为____.

【答案】（-∞，-7]∪[1，+∞）

【解析】

【分析】

本题主要考查充分条件和必要条件的应用，根据条件求出不等式的等价条件是解决本题的关键．

根据不等式的解法，结合充分条件和必要条件的定义进行求解即可．

【解答】

解：由 $x^2+3x-4<0$ 得$-4<x<1$，

由（$x-m$）$^2>3$（$x-m$）得（$x-m-3$）（$x-m$）>0，

即 $x>m+3$ 或 $x<m$，

若 p 是 q 的必要不充分条件，

则 $1\le m$ 或 $m+3\le -4$，

即 $m\ge 1$ 或 $m\le -7$，

故答案为：（-∞，-7]∪[1，+∞）．

四、解答题（本大题共 1 小题，共 30.0 分）

5. 已知 $\tan x=2$.

（1）求$\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}$的值．

（2）求$\frac{2}{3}\sin^2x+\frac{1}{4}\cos^2x$的值．

【答案】解：（1）$\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=\frac{1+\tan x}{1-\tan x}=\frac{1+2}{1-2}=-3$．

（2）$\frac{2}{3}\sin^2x+\frac{1}{4}\cos^2x=\frac{\frac{2}{3}\sin^2x+\frac{1}{4}\cos^2x}{\sin^2x+\cos^2x}=\frac{\frac{2}{3}\tan^2x+\frac{1}{4}}{\tan^2x+1}=\frac{7}{12}$.

【解析】本题考查三角函数的化简与求值问题，

（1）根据同角三角关系式化简得 $\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=\frac{1+\tan x}{1-\tan x}$ ，计算即可.

（2）根据同角三角关系式化简得$\frac{2}{3}sin^2x+\frac{1}{4}cos^2x=\frac{\frac{2}{3}sin^2x+\frac{1}{4}cos^2x}{sin^2x+cos^2x}=\frac{\frac{2}{3}tan^2x+\frac{1}{4}}{tan^2x+1}=\frac{7}{12}$，计算即可.