山东省潍坊市 2020—2021 学年高三上学期期末统考

数学试题

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

1．若 $(a-b\mathrm{i})\mathrm{i}=1+\mathrm{i}\,(a,\ b\in\mathrm{R})$，则 $\dfrac{1}{a+b\mathrm{i}}=$

A．$\dfrac{1+\mathrm{i}}{2}$　　B．$\dfrac{1-\mathrm{i}}{2}$　　C．$\dfrac{-1+\mathrm{i}}{2}$　　D．$\dfrac{-1-\mathrm{i}}{2}$

2．命题“$\forall a>0$，$a+\dfrac{1}{a}\geq 2$”的否定是

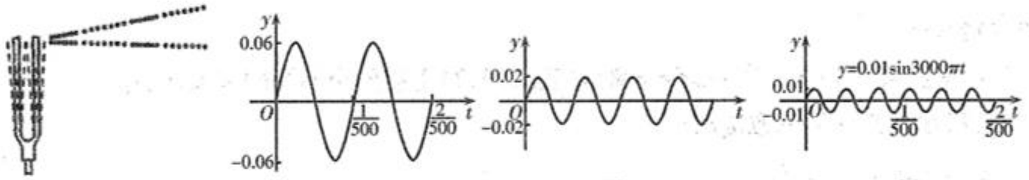
A．$\exists a\leq 0$，$a+\dfrac{1}{a}<2$　　B．$\exists a>0$，$a+\dfrac{1}{a}<2$

C．$\forall a\leq 0$，$a+\dfrac{1}{a}\geq 2$　　D．$\forall a>0$，$a+\dfrac{1}{a}<2$

3．函数 $f(x)=\mathrm{e}^x$ 在点(0，$f(0)$)处的切线方程是

A．$y=x$　　B．$y=x-1$　　C．$y=x+1$　　D．$y=2x$

4．音乐，是人类精神通过无意识计算而获得的愉悦享受，1807 年法国数学家傅里叶发现代表任何周期性声音的公式是形如 $y=\mathrm{A}\sin\omega x$ 的简单正弦型函数之和，而且这些正弦型函数的频率都是其中一个最小频率的整数倍，比如用小提琴演奏的某音叉的声音图象是由下图 1，2，3 三个函数图象组成的，则小提琴演奏的该音叉的声音函数可以为



音叉　　图1　　图2　　图3

A．$f(t)=0.06\sin 1000\pi t+0.02\sin 1500\pi t+0.01\sin 3000\pi t$

B．$f(t)=0.06\sin 500\pi t+0.02\sin 2000\pi t+0.01\sin 3000\pi t$

C．$f(t)=0.06\sin 1000\pi t+0.02\sin 2000\pi t+0.01\sin 3000\pi t$

D．$f(t)=0.06\sin 1000\pi t+0.02\sin 2500\pi t+0.01\sin 3000\pi t$

5．2020 年 12 月 17 日凌晨，嫦娥五号返回器携带月球土壤样品，在预定区域安全着陆．嫦娥五号是使用长征五号火箭发射成功的，在不考虑空气阻力的情况下，火箭的最大速度 v(单位：m/s)和燃料的质量 M(单位：kg)、火箭(除燃料外)的质量 m(单位：kg)的函数关系表达式为 $v=2000\ln(1+\dfrac{\mathrm{M}}{m})$．如果火箭的最大速度达到 12km/s，则燃料的质量与火箭的质量的关系是

A．$\mathrm{M}=\mathrm{e}^6 m$　　B．$\mathrm{M}m=\mathrm{e}^6-1$　　C．$\ln\mathrm{M}+\ln m=6$　　D．$\dfrac{\mathrm{M}}{m}=\mathrm{e}^6-1$

6．已知某圆锥的侧面展开图是半径为 2 的半圆，则该圆锥的体积为

A．$\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$　　　　B．$\sqrt{3}\pi$　　　　C．$2\sqrt{3}\pi$　　　　D．2π

7．已知抛物线 C_1：$y^2=12x$，圆 C_2：$(x-3)^2+y^2=1$，若点 A，B 分别在上 C_1，C_2 上运动，点 M(1，1)，则 $|AM|+|AB|$ 的最小值为

A．2　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．3

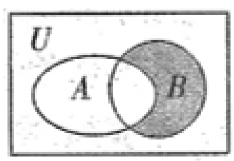
8．已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=f(2-x)$，当 $x\in[-1，1]$时，$f(x)=3x$，若函数 $g(x)=f(x)-k(x-2)$ 的所有零点为 x_i (i＝1，2，3，…，n)，当 $\frac{3}{7}<k<1$时，$\sum_{i=1}^{n}x_i$ ＝

A．6　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．12

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分．在每小题给出的四个选项中，至少有两个是符合题目要求的，请把答案添涂在答题卡相应位置上）

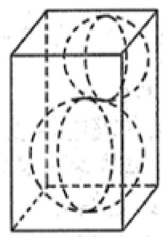
9．设全集为 U，如图所示的阴影部分用集合可表示为

A．$A\cap B$　　　　B．$\complement_U A\cap B$　　　　C．$\complement_U(A\cap B)\cap B$　　　　D．$\complement_U A\cup B$



第 9 题

第 15 题


第 16 题

10．某地区机械厂为倡导“大国工匠精神”，提高对机器零件质量的品质要求，对现有产品进行抽检，由抽检结果可知，该厂机器零件的质量指标值 Z 服从正态分布 N(200，224)，则

（附：$\sqrt{224}\approx14.97$，若 Z~N(μ，σ^2)，则 P($\mu-\sigma$＜Z＜$\mu+\sigma$)＝0.6826，P($\mu-2\sigma$＜Z＜$\mu+2\sigma$)＝0.9544）

A．P(185.03＜Z＜200)＝0.6826

B．P(200≤Z＜229.94)＝0.4772

C．P(185.03＜Z＜229.94)＝0.9544

D．任取 10000 件机器零件，其质量指标值位于区间(185.03，229.94)内的件数约为 8185 件

11．将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，则以下说法正确的是

A．函数 $g(x)$ 在(0，$\frac{\pi}{6}$)上单调递增　　　　B．函数 $y=g(x)$ 的图象关于点($-\frac{\pi}{6}$，0)对称

C．$g(x-\frac{\pi}{2})=-g(x)$　　　　D．$g(\frac{\pi}{6})\geq g(x)$

12．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_{n+1}a_n=1+a_n$，$a_1=1$，设$b_n=\ln a_n(n\in\mathrm{N}^*)$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为S_n，则下列选项正确的是（ln2≈0.693，ln3≈1.099）

A．数列$\{a_{2n-1}\}$单调递增，数列$\{a_{2n}\}$单调递减　　B．$b_n+b_{n+1}\le\ln 3$

C．$S_{2020}>693$　　D．$b_{2n-1}>b_{2n}$

三、填空题（本大题共 4 小题， 每小题 5 分，共计 20 分．请把答案填写在答题卡相应位置上）

13．已知$\vec{a}$＝(1，1)，$|\vec{b}|$＝2，且($\vec{a}+\vec{b}$)$\cdot\vec{a}$＝4，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为_______.

14．已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$(a＞0)的右焦点为 F，过点 F 作一条渐近线的垂线，垂足为 P，△OPF 的面积为$\sqrt{2}$，则该双曲线的离心率为_______.

15．通常，我国民用汽车号牌的编号由两部分组成：第一部分为汉字表示的省、自治区、直辖市简称和用英文字母表示的发牌机关代号，第二部分为由阿拉伯数字和英文字母组成的序号，如图所示．其中序号的编码规则为：①由 10 个阿拉伯数字和除 I，O 之外的 24 个英文字母组成；②最多只能有 2 个英文字母．则采用 5 位序号编码的鲁 V 牌照最多能发放的汽车号牌数为_______万张.（用数字作答）

16．如图，在底面边长为 2，高为 3 的正四棱柱中，大球与该正四棱柱的五个面均相切，小球在大球上方且与该正四棱柱的三个面相切，也与大球相切，则小球的半径为_______.

四、解答题（本大题共 6 小题，共计 70 分．请在答题卡指定区域内作答．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 10 分）

在①点(a_n，S_n)在直线$2x-y-1=0$上，②$a_1=2$，$S_{n+1}=2S_n+2$，③$a_n>0$，$a_1=1$，$2a_{n+1}^2+3a_na_{n+1}-2a_n^2=0$这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并求解.

问题：已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，_______.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求S_n，并判断$-S_1$，S_n，S_{n+1}是否成等差数列，并说明理由.

18．（本小题满分 12 分）

已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且$\sqrt{3}a\cos C-c\sin A=\sqrt{3}b$.

（1）求 A；

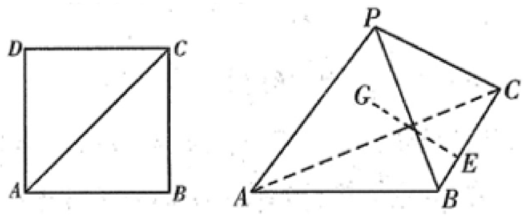
（2）若 c＝2，且 BC 边上的中线长为$\sqrt{3}$，求 b.

19．（本小题满分 12 分）

已知正方形 ABCD 的边长为 2，沿 AC 将△ACD 折起到 PAC 位置（如图），G 为△PAC 的重心，点 E 在边 BC 上，GE∥平面 PAB．

（1）若 CE＝λEB，求λ的值；

（2）若 GE⊥PA，求平面 GEC 与平面 PAC 所成锐二面角的余弦值．



20．（本小题满分 12 分）

在一个系统中，每一个设备能正常工作的概率称为设备的可靠度，而系统能正常工作的概率称为系统的可靠度，为了增加系统的可靠度，人们经常使用“备用冗余设备”（即正在使用的设备出故障时才启动的设备）．已知某计算机网络服务器系统采用的是“一用两备”（即一台正常设备，两台备用设备）的配置，这三台设备中，只要有一台能正常工作，计算机网络就不会断掉．设三台设备的可靠度均为 $r(0<r<1)$，它们之间相互不影响．

（1）要使系统的可靠度不低于 0.992，求 r 的最小值；

（2）当 r＝0.9 时，求能正常工作的设备数 X 的分布列；

（3）已知某高科技产业园当前的计算机网络中每台设备的可靠度是 0.7，根据以往经验可知，计算机网络断掉可能给该产业园带来约 50 万的经济损失．为减少对该产业园带来的经济损失，有以下两种方案：

方案 1：更换部分设备的硬件，使得每台设备的可靠度维持在 0.9，更新设备硬件总费用为 8 万元；

方案 2：对系统的设备进行维护，使得设备可靠度维持在 0.8，设备维护总费用为 5 万元．

请从期望损失最小的角度判断决策部门该如何决策?

21．（本小题满分 12 分）

已知点 B 是圆 C：$(x-1)^2+y^2=16$ 上的任意一点，点 F(－1，0)，线段 BF 的垂直平分线交 BC 于点 P．

（1）求动点 P 的轨迹 E 的方程；

（2）设曲线 E 与 x 轴的两个交点分别为 A_1，A_2，Q 为直线 x＝4 上的动点，且 Q 不在 x 轴上，OA_1 与 E 的另一个交点为 M，QA_2 与 E 的另一个交点为 N，证明：△FMN 的周长为定值．

22．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x-1}-ax\ (a\in\mathrm{R})$在区间(0，2)上有两个不同的零点 x_1， x_2．

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）求证：$x_1x_2>\dfrac{1}{a}$．

高三数学参考答案及评分标准

2021．1

一、单项选择题(每小题5分,共40分)

1－4　BBCC　　5－8　DADC

二、多项选择题(每小题5分,共20分)

9．BC　10．BD　11．BC　12．ABC

三、填空题(每小题5分,共20分)

13．$\dfrac{\pi}{4}$　14．$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　15．706　16．$\dfrac{5-\sqrt{15}}{2}$

四、解答题(本大题共6小题,共70分)

17．解:选条件①

(1)$2a_n-S_n-1=0$,$n=1$时,$a_1=1$,

因为 $S_n=2a_n-1$,

所以 $S_{n+1}=2a_{n+1}-1$,

所以 $a_{n+1}=2a_{n+1}-2a_n$,

所以 $a_{n+1}=2a_n$,又因为 $a_1=1$, ………………………… 3分

所以$\{a_n\}$是以1为首项,2为公比的等比数列,

所以 $a_n=2^{n-1}$. ………………………… 5分

(2)$S_n=\dfrac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$, ………………………… 7分

所以 $S_{n+1}+(-S_1)=2^{n+1}-1-1=2^{n+1}-2$,

$2S_n=2^{n+1}-2$, ………………………… 9分

所以 $S_{n+1}+(-S_1)=2S_n$,

所以 $-S_1,S_n,S_{n+1}$成等差数列. ………………………… 10分

选条件②

(1)$S_{n+1}=2S_n+2$,

所以 $S_n=2S_{n-1}+2(n\geqslant2)$,

所以 $a_{n+1}=2a_n(n\geqslant2)$, ………………………… 3分

又因为 $a_1=2$,所以 $a_2=4$,

所以 $a_2=2a_1$,

所以$\{a_n\}$是以2为首项,2为公比的等比数列,

所以 $a_n=2^n$. ………………………… 5分

(2)$S_n=\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}=2(2^n-1)$ ………………………… 7分

所以 $S_{n+1}+(-S_1)=2(2^{n+1}-1)-2=2^{n+2}-4$,

$2S_n=2^{n+2}-4$, ………………………… 9分

所以 $S_{n+1}+(-S_1)=2S_n$,

所以 $-S_1,S_n,S_{n+1}$成等差数列. ………………………… 10分

选条件③

(1)$2a_{n+1}^2+3a_na_{n+1}-2a_n^2=0$,

所以$(2a_{n+1}-a_n)(a_{n+1}+2a_n)=0$,

因为 $a_n>0, a_{n+1}+2a_n\neq 0$,

所以 $2a_{n+1}=a_n$,

所以$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$, ………………………………………………………………… 3 分

所以$\{a_n\}$是以 1 为首项,$\frac{1}{2}$为公比的等比数列,

所以 $a_n=(\frac{1}{2})^{n-1}$. ………………………………………………………………… 5 分

(2)$S_n=\dfrac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}=2[1-(\frac{1}{2})^n]$, ……………………………………………… 7 分

所以 $S_{n+1}+(-S_1)=2[1-(\frac{1}{2})^{n+1}]-1=1-(\frac{1}{2})^n$,

$2S_n=4[1-(\frac{1}{2})^n]$, ……………………………………………………………………… 9 分

所以 $S_{n+1}+(-S_1)\neq 2S_n$,

所以 $-S_1,S_n,S_{n+1}$不成等差数列. ……………………………………………………… 10 分

8. 解:(1)因为$\sqrt{3}a\cos C-c\sin A=\sqrt{3}b$,

由正弦定理得$\sqrt{3}\sin A\cos C-\sin C\sin A=\sqrt{3}\sin B$, ……………………………………… 1 分

因为 $B=\pi-A-C$,

所以$\sqrt{3}\sin A\cos C-\sin C\sin A=\sqrt{3}\sin(A+C)$, ……………………………………… 2 分

得$\sqrt{3}\sin A\cos C-\sin C\sin A=\sqrt{3}\sin A\cos C+\sqrt{3}\cos A\sin C$, ………………………… 2 分

得 $-\sin C\sin A=\sqrt{3}\cos A\sin C$,因为 $\sin C\neq 0$,

所以 $\sin A=-\sqrt{3}\cos A$,

所以 $\tan A=-\sqrt{3}$, ………………………………………………………………………… 4 分

又因为 $A\in(0,\pi)$,

所以 $A=\frac{2\pi}{3}$. ……………………………………………………………………………… 6 分

(2)(法一)

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+4+2b$, ① ………………………………………… 7 分

又在$\triangle ABC$ 中,$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+4-b^2}{4a}$, ……………………………………… 8 分

设 BC 的中点为 D,

在$\triangle ABD$ 中,$\cos B=\dfrac{(\frac{a}{2})^2+c^2-AD^2}{2\times\frac{a}{2}\times c}=\dfrac{\frac{a^2}{4}+1}{2a}$, ……………………………………… 9 分

所以$\dfrac{a^2+4-b^2}{4a}=\dfrac{\frac{a^2}{4}+1}{2a}$，得 $a^2+4-2b^2=0$， ② ………………………………… 10 分

由①②可得，$b^2-2b-8=0$，………………………………………………………… 11 分

得 $b=4$. ………………………………………………………………………………… 12 分

（法二）设 BC 的中点为 D，

在$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，………………………………………………… 7 分

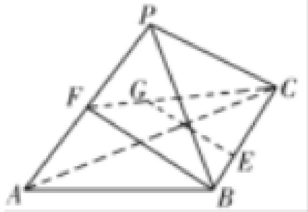
所以$(\overrightarrow{AD})^2=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})$，

即 $3=\dfrac{1}{4}[2^2+b^2+2\times2\times b\times(-\dfrac{1}{2})]$，……………………………………………… 9 分

得 $b^2-2b-8=0$，…………………………………………………………………… 11 分

得 $b=4$. ………………………………………………………………………………… 12 分

19. 解：（1）如图，连接 CG 延长交 PA 于 F 点，连接 BF，



因为 GE∥平面 PAB，

$GE\subset$平面 CBF，平面 $CBF\cap$平面 $PAB=BF$，

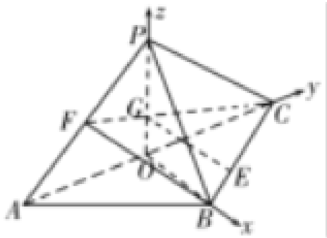
所以 GE∥BF，………………………………………… 2 分

因为 G 为三角形 PAC 的重心，

所以 $CG=2GF$，

所以 $CE=2EB$，所以 $\lambda=2$；………………………………………………………… 5 分

（2）因为 $GE\perp PA$，由第一问得 EG∥BF，



所以 $BF\perp PA$，

因为 F 为 PA 中点，

所以 $PB=AB=2$，

取 AC 中点 O，连接 PO，

则 $PO=\sqrt{2}$，$BO=\sqrt{2}$，

在三角形 POB 中，$PO^2+BO^2=PB^2$，

所以 $PO\perp BO$，

又已知 $PO\perp AO$，且 $AO\cap BO=O$，

所以 $PO\perp$平面 ABC，………………………………………………………… 7 分

如图，以 O 为原点，OB 所在直线为 x 轴，OC 所在直线为 y 轴建立空间直角坐标系，

则 $OP=OA=OB=\sqrt{2}$，

$A(0,-\sqrt{2},0)$，$B(\sqrt{2},0,0)$，$C(0,\sqrt{2},0)$，$P(0,0,\sqrt{2})$，$F(0,-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，

$\overrightarrow{FC}=(0,\dfrac{3\sqrt{2}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，$\overrightarrow{BC}=(-\sqrt{2},\sqrt{2},0)$，……………………………………… 9 分

设平面 BCF 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{FC}\cdot \boldsymbol{m}=0,\\ \overrightarrow{BC}\cdot \boldsymbol{m}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}\dfrac{3}{2}y-\dfrac{1}{2}z=0,\\ -x+y=0,\end{cases}$

不妨令 $x=1$，可得 $\boldsymbol{m}=(1,1,3)$ 为平面 BCF 的一个法向量，…………………… 10 分

平面 PAC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,0,0)$，

设平面 PAC 与平面 BCF 所成锐二面角的大小为 α，

$\cos\alpha=|\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>|=\dfrac{1}{\sqrt{11}\times 1}=\dfrac{\sqrt{11}}{11}$，…………………………………………… 11 分

所以平面 GEC 与平面 PAC 所成锐二面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{11}}{11}$. ………………………… 12 分

20. 解：(1) 要使系统的可靠度不低于 0.992，

则 $P(X\geqslant 1)=1-P(X<1)=1-P(X=0)=1-(1-r)^3\geqslant 0.992$，

解得 $r\geqslant 0.8$，故 r 的最小值为 0.8. ……………………………………………………………… 3 分

(2) 设 X 为能正常工作的设备数，由题意可知，$X\sim B(3,r)$，

$P(X=0)=C_3^0\times 0.9^0\times(1-0.9)^3=0.001$，

$P(X=1)=C_3^1\times 0.9^1\times(1-0.9)^2=0.027$，

$P(X=2)=C_3^2\times 0.9^2\times(1-0.9)^1=0.243$，

$P(X=3)=C_3^3\times 0.9^3\times(1-0.9)^0=0.729$，…………………………………………… 6 分

从而 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.001	0.027	0.243	0.729

……………………………………………………………………………………………………… 7 分

(3) 设方案 1、方案 2 的总损失分别为 X_1，X_2.

采用方案 1，更换部分设备的硬件，使得设备可靠度达到 0.9，由(2)可知计算机网络断掉的概率为 0.001，不断掉的概率为 0.999，因此，

$E(X_1)=80000+0.001\times 500000=80500$ 元 ………………………………………………… 9 分

采用方案 2，对系统的设备进行维护，使得设备可靠度达到 0.8，由(1)可知计算机网络断掉的概率为 0.008，$E(X_2)=50000+0.008\times 500000=54000$ 元；………… 11 分

因此，从期望损失最小的角度，决策部门应选择方案 2. ………………………………… 12 分

21. 解：(1) 由题意可知 $|PF|+|PC|=|PB|+|PC|=4>2=|FC|$，…………………… 1 分

所以动点 P 的轨迹是以 F，C 为焦点且长轴长为 4 的椭圆，

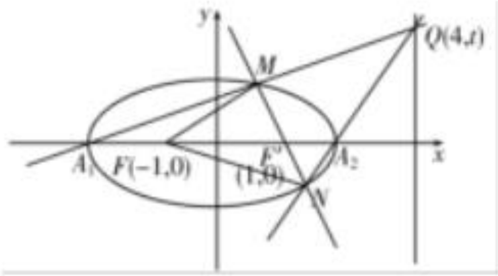
所以 $a=2$，$c=1$，$b^2=3$，…………………………………………………………………… 3 分

因此 E 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………… 4 分

(2) 不妨设 $A_1(-2,0)$，$A_2(2,0)$，$Q(4,t)$ $(t\neq 0)$ 为直线 $x=4$ 上一点，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

直线 A_1Q 方程为 $y=\dfrac{t}{6}(x+2)$，直线 A_2Q 方程为 $y=\dfrac{t}{2}(x-2)$，……………… 5 分

由$\begin{cases} y=\frac{t}{6}(x+2), \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$



得$(27+t^2)x^2+4t^2x+4t^2-108=0$，……

………………………………………… 6 分

得$(-2)\cdot x_1=\frac{4t^2-108}{27+t^2}$，

所以$x_1=\frac{54-2t^2}{27+t^2}$，

所以$M(\frac{54-2t^2}{27+t^2},\frac{18t}{27+t^2})$， ……………………………………………………………… 8 分

同理可得$N(\frac{2t^2-6}{3+t^2},\frac{-6t}{3+t^2})$， ……………………………………………………………… 9 分

所以直线MN的方程为$y+\frac{6t}{3+t^2}=-\frac{6t}{t^2-9}(x-\frac{2t^2-6}{3+t^2})$，

即$y=-\frac{6t}{t^2-9}x+\frac{6t}{t^2-9}=-\frac{6t}{t^2-9}(x-1)$，

故直线MN过定点$(1,0)$，…………………………………………………………………… 11 分

所以$\triangle FMN$的周长为定值8. ……………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)由$f(x)=0$，得$a=\frac{e^{x-1}}{x}$，

设$h(x)=\frac{e^{x-1}}{x}, x\in(0,2)$，

即直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,2)$上有2个交点，

又$h'(x)=\frac{e^{x-1}(x-1)}{x^2}$， ……………………………………………………………………… 2 分

当$x\in(0,1)$时，$h'(x)<0$，$h(x)$单调递减，

$x\in(1,2)$时，$h'(x)>0$，$h(x)$单调递增.

故$h_{min}(x)=h(1)=1$，……………………………………………………………………………… 4 分

而$h(2)=\frac{e}{2}$，当$x\in(0,1)$时，$h(x)\in(1,+\infty)$，

故$a\in(1,\frac{e}{2})$. ……………………………………………………………………………………… 5 分

(2)$f'(x)=e^{x-1}-a$，由$f'(x)=0$，得$x=1+\ln a$，

当$x\in(0,1+\ln a)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$在$(0,1+\ln a)$单调递减，

当$x\in(1+\ln a,2)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(1+\ln a,2)$单调递增.

因为x_1,x_2为$f(x)$的两个零点，不妨设$x_1<x_2$，则$0<x_1<1+\ln a<x_2<2$，

且$\begin{cases} e^{x_1-1}=ax_1, \\ e^{x_2-1}=ax_2, \end{cases}$取对数$\begin{cases} x_1-1=\ln a+\ln x_1, \\ x_2-1=\ln a+\ln x_2, \end{cases}$

原不等式等价于$\ln x_1+\ln x_2>-\ln a$，

等价于 $x_1+x_2-2-2\ln a>-\ln a$，

等价于 $x_1+x_2>2+\ln a$，……………………………………………………………… 7 分

即证 $x_1>1+1+\ln a-x_2=1-\ln x_2$，

因为 $1+\ln a<x_2<2$，

所以 $\ln(1+\ln a)<\ln x_2<\ln 2$，

所以 $1-\ln 2<1-\ln x_2<1-\ln(1+\ln a)<1$，

即证 $0=f(x_1)<f(1-\ln x_2)$，

即 $e^{-\ln x_2}-\dfrac{e^{x_2-1}}{x_2}(1-\ln x_2)>0$，

即 $1-e^{x_2-1}(1-\ln x_2)>0, e^{1-x_2}+\ln x_2>1, x_2\in(1+\ln a,2)$，……………………… 9 分

设 $m(x)=e^{1-x}+\ln x$，

$m'(x)=\dfrac{e^{x-1}-x}{xe^{x-1}}$，……………………………………………………………… 10 分

易知 $e^{x-1}>x(x>1)$，

故 $m'(x)>0, m(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，

故 $m(x)>m(1+\ln a)>m(1)=1$，

故 $\ln x_1+\ln x_2+\ln a>0$.

所以 $x_1x_2>\dfrac{1}{a}$. ……………………………………………………………… 12 分