平面向量的数量积（4）

1．已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为(　　)

A．$-\frac{1}{2}$　B．-1　C.$\frac{1}{2}$　D．1

2．(2020 河北“五个一”名校联考)若两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角是(　　)

A.$\frac{\pi}{6}$　B.$\frac{\pi}{2}$　C.$\frac{2\pi}{3}$　D.$\frac{5\pi}{6}$

3．(多选)已知在边长为 2 的等边△ABC 中，向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，则下列式子正确的是(　　)

A．$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$　　B．$|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{3}$

C．$\boldsymbol{a}\ (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2$　　D．$\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}=-6$

4．(多选)若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 均为单位向量，且 $\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}=0$，$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\ (\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})\leqslant 0$，则$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$的值可能为(　　)

A.$\sqrt{2}-1$　　B．1

C.$\sqrt{2}$　　D．2

5. (2021·泰安模拟)已知向量$\overrightarrow{OA}=(3,-4)$，$\overrightarrow{OB}=(6,-3)$，$\overrightarrow{OC}=(2m,m+1)$. 若$\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{OC}$，则实数 m 的值为________.

6．已知 $\boldsymbol{a}=(2+\lambda，1)$，$\boldsymbol{b}=(3，\lambda)$，若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角，则实数 λ 的取值范围是________.

知识梳理

典例研究

考点一.与三角函数的综合问题

例 1.已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos x，\sin x)$，$\boldsymbol{b}=(3，-\sqrt{3})$，$x\in[0，\pi]$.

(1)若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$，求 x 的值；

(2)记 $f(x)=\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}$，求 $f(x)$的最大值和最小值以及对应的 x 的值.

变式. 已知ΔABC 的面积为 S，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\sqrt{2}S$.

（1）求 $\sin A$；

（2）若$\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=2\sqrt{3}$，求 $\sin B$.（2015 届镇江期末 15）

考点二.与圆的综合问题

例 2.如图 1，已知 $AC=2$，B 为 AC 的中点，分别以 AB，AC 为直径在 AC 同侧作半圆，M，N 分别为两半圆上的

动点(不含端点 A，B，C)，且 $BM\perp BN$，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CN}$的最大值为________.

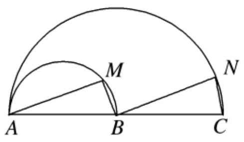

图 1

变式．已知ΔABC是边长为 2 的等边三角形，P 为平面 ABC 内一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最小值是（　　）

A. -2　　　　B. $-\frac{3}{2}$　　　　C. $-\frac{4}{3}$　　　　D. -1