

基于数学建模的“向量的数量积”对比教学案例

● 湖北省宜昌市科技高中 杨 虎

在高中数学知识体系中,数学知识的呈现方式有所差异,而这些差异虽然可能对学生掌握知识的程度影响不大,但却对数学思维的活跃度有着极大影响.因此,在以培养学生数学核心素养为主要教学目标的教学要求下,引导学生进行数学建模十分重要.基于此背景,我们以“向量的数量积”一课为例,进行了对比教学设计研究.以下是两位教师课堂教学的两个教学片段对比.

一、问题情境环节对比

(一) 课堂再现

教师 1:

师:(问题 1) 大家都知道,向量如其他数学运算一般,同样可以用加、减法进行运算,那么向量与向量之间能否进行“相乘”呢?

生:应该可以.

师:如果可以“相乘”,那么这种运算应该如何去定义?

生:虽然不知道如何定义,但我觉得应该不能定义为线性运算.

师:为什么?

生:因为只有加法、减法以及数乘才能叫“向量的线性运算”,概念中没有提及向量与向量“相乘”,所以我觉得不能被定义为线性运算.

师:能不能多说一点?

生:知道了.

师:请大家一起回忆,向量的线性运算结果是如何得到的?

生:最开始是借助生活案例,将能够直观认识的矢量进行合成与分解,又借助一定的抽象,最终得到的.

师:依照这个过程,能不能推测一下向量与向量“相乘”的结果?

生:应该不是向量了.

师:如果最后不是向量,那应该是什么?

生:难不成是数……数量?

师(点头):没错,是数量.大家还能列举出实际生活中的类似物理背景吗?

生:做功,力做功所产生的结果是标量,也就是一

个数.

师:那我们就以此来进行分析,看看从求功的运算中最终能抽象怎样的向量运算?

教师 2:

师:本课以前,大家已经学习了关于向量的计算方法,也知道了向量的线性运算包含向量的加法、减法以及向量的数乘.(附表 1)

生活情境	刻画	数学对象及运算
(力、位移等) 矢量		向量
两个位移的合位移		向量的加法、减法
相同方向经过 t 秒的位移		向量的数乘

师:(问题 1) 向量的线性运算能否刻画出所有的矢量运算?

生:(思考了一会) 不能,线性运算无法准确形容出矢量的做功运动.

师:为什么?

生:矢量通过做功运动后,其结果是一个数,而上述提及的运算最终得到的结果却是一个向量.

师:那应该怎么做?

生:我觉得应该要有一种运算能够准确形容力的做功.

师:应该如何去定义这种运算呢?

生:暂时还没有明确的想法,但是我们是不是可以先分析矢量做功的物理背景,再通过相关性寻求解决办法.

师:你认为我们研究相关元素的目的是什么?

生:主要是建立起量的关系,借助力合成与分解过程来辅助理解.

师:没错,我们的最终目的就是帮助大家建立起数学模型.接下来,请同学们一起来分析下列物体是如何做功的.

(二) 对比分析

教师 1 根据数学知识内部发展的需要来将教学内容引入.先引领学生回忆向量的线性运算,并在此基础上引申出非线性运算,引导学生们根据线性运算结果进行对比和分析,强调数学知识点之间的关联性.

教师2从实际问题着手,引导学生抽象出向量的概念及数学模型.在带领学生分析并掌握数学模型研究方法后,又回归现实,引导学生利用数学模型去解决实际问题,这一过程更加突出知识产生的由来,帮助学生从整体上把握相关知识点.

(三) 对比结论

通过情境创设来引出教学内容能凸显新知识的必要性.第一,可以从数学概念的内部出发,在学生原有知识积累的前提下,运用观察、归纳、对比等思维方式引领学生寻找新旧知识之间的差异,从而建立起新的认知,这是教师1所采用的引入方式;与原有知识的区别与联系,建立新的知识,教师1正是采用这一方式引入的;第二,可以以解决实际问题为目的对新知识进行引入,这是教师2所采用的新知识引入方式.

二、自主建模环节对比分析

(一) 课堂再现

教师1:

师:学习完向量的数量积后,我们还需要掌握其运算律.

(问题3)实数的运算有哪些运算律呢?

生:有交换律、结合律还有分配律.

师:那大家认为,向量的数量积能够满足这些运算律吗?

(学生低头沉思)

生:我觉得满足交换律,但不满足结合律.

师:那分配律呢?

生:应该是满足的.

师:能不能说说理由?

生:……

师:根据大家的类比,可以推测向量的数量积能够满足分配律.大家暂时无法证明,是因为还没有学过向量的投影.接下来,我们先来学习向量的投影.

(教师开始介绍向量的投影)

教师2:

师:在我们了解了向量的数量积后,下一步应该做什么?

生:研究它的性质.

师:具体有哪些性质呢?

生:看看它是否满足运算律?

师:你们认为能够满足吗?

(学生计算、思考)

生:我认为应该满足交换律,但不满足结合律.剩下的分配律不确定.

师:为什么?

生:不知道要如何证明.

师:其他同学有没有什么办法可以证明?

生:如果代入特殊的向量进去试试呢?

师:不错,大家一起试试?

(学生用特殊向量计算、验证)

生:满足.

师:能不能说一下具体步骤?

生:将好几个特殊的向量代入验证后的结果都是满足的.

师:用特殊向量验证出来的结果能否具有一般性呢?

生:需要进一步证明.

师:接下来,我们就一起来证明.

(二) 对比分析

教师1运用设问引导学生展开类比实验,从而用结果证明向量的数量积所满足的运算律.

教师2在回忆研究对象的前提下进一步延伸,引出数学对象的性质,又通过追问引导学生历经猜想、归纳、验证等过程,实现结论的最终验证.

(三) 对比结论

数的运算、向量的线性运算以及向量的数量积等内容具有一定的关联性,数学教师应当从发展的角度引导学生认识和理解相关知识点,由浅至深地认识数与向量间的运算联系,为今后的学习打下基础.

对比两位老师的教法后发现,二者都运用了类比法展开教学.教师1是采取直接类比,让学生进行比较,而教师2则是引导学生经历概念的形成过程,有学生主体体会其中的研究意义、研究方法后掌握相关知识点,更有助于学生数学思维的形成.

当然,学生所历经的数学发现过程是在教师引导下的“发现”,这种“发现”有助于启发学生思维,使他们激发思维潜能寻找到解决实际问题的策略,因此,需要加在数学课堂中加以提倡.

总之,数学是一门基础学科,更是一项发展思维的科学.学习数学,不仅仅是要学会其中所包含的数学理论知识,更要学会数学方法和数学的思维方式.数学课堂是在教师的指导下引领学生进行数学知识“再创造”的过程,学生作为这一过程中的活动主体,要留心观察,善用猜测、对比、分析和验证来感知数学知识,参与数学概念系统的创建,进而形成较为完整的认知框架,推动数学思维的形成.教师不仅仅是传授知识的重要纽带,更承载着育人的历史使命.因此,如何教导学生,教好学生,让学生们在学习具体数学知识的同时能够形成一定的数学思维,学会运用数学思维来解决现实生活问题成为了广大数学教师的共同追求. **E**