江苏省仪征中学2021届高三数学考前保温训练（4）

班级____________姓名____________用时____________得分____________

一、单项选择题：

1． 4位优秀党务工作者到3个基层单位进行百年党史宣讲，每人宣讲1场，每个基层单位至少安排1人宣讲，则不同的安排方法数为（　）

A．81　　B．72　　C．36　　D．6

2． 我国于2021年5月成功研制出目前国际上超导量子比特数量最多的量子计算原型机"祖冲之号"，操控的超导量子比特为62个．已知1个超导量子比特共有"|0>, |1>"2种叠加态，2个超导量子比特共有"|00>，|01>，|10>，|11>"4种叠加态，3个超导量子比特共有"|000>，|001>，|010>，|011>，|100>，|101>，|110>，|111>"8种叠加态，…．只要增加1个超导量子比特，其叠加态的种数就呈指数级增长．设62个超导量子比特共有N种叠加态，则N是一个（　）位的数.（参考数据：lg2≈0.3010）

A．18　　B．19　　C．62　　D．63

3． 双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，若$C$上存在点$P$满足$\angle F_2PO=2\angle F_1PO=\dfrac{\pi}{3}$，则该双曲线的离心率为（　）

A．$\sqrt{3}+1$　　B．$\sqrt{2}+1$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

4． 在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，N为BC的中点．当点M在平面DCC_1D_1内运动时，有$MN//$平面A_1BD，则线段MN的最小值为（　）

A．1　　B．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

二、多项选择题：

5． 下列结论正确的是（　）

A．若复数z满足$z+\overline{z}=0$，则z为纯虚数　　B．若复数z满足$\dfrac{1}{z}\in\mathbf{R}$，则$z\in\mathbf{R}$

C．若复数z满足$z^2\geqslant 0$，则$z\in\mathbf{R}$　　D．若复数z_1，z_2满足$z_1^2+z_2^2=0$，则$z_1=z_2=0$

6． 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)=\left|\sqrt{1+\sin 2x}-\sqrt{1-\sin 2x}\right|$，则（　）

A．$f(-x)=f(x)$　　B．$f(x+\dfrac{\pi}{2})=f(x)$　　C．$f(x)$的最大值为2

D．不等式$f(x)\geqslant 2\cos x$的解集为$\left\{x\,\middle|\,\dfrac{\pi}{4}+2k\pi\leqslant x\leqslant\dfrac{7\pi}{4}+2k\pi，k\in\mathbf{Z}\right\}$

三、填空题：

7． 已知角α的终边经过点$(-3,4)$，则$\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$的值是________.

8． 甲、乙、丙三支足球队进行双循环赛（任意两支球队都要在自己的主场和对方的主场各赛一场）．根据比赛规则，胜一场得3分，平一场得1分，负一场得0分．比赛进行中的统计数据如下表：

	已赛场数	胜的场数	平的场数	负的场数	积分
甲	4	2	1	1	7
乙	3	0	2	1	2
丙	3	1	1	1	4

根据表格中的信息可知：

（1）还需进行________场比赛，整个双循环赛全部结束；

（2）在与乙队的比赛中，甲队共得了________分.（第一问2分，第二问3分）

四、解答题：

9．（10 分）设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_2=8$，$S_4=40$.数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，且 $T_n-2b_n+3=0$，$n\in N^*$.

（1）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2）设 $c_n=\begin{cases}a_n,(n=2k-1,k\in N^*)\\ b_n,(n=2k,k\in N^*)\end{cases}$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 P_n.

10．已知 P 为抛物线 $C:y^2=4x$ 上位于第一象限的点，F 为 C 的焦点，PF 与 C 交于点 Q（异于点 P）．直线 l 与 C 相切于点 P，与 x 轴交于点 M．过点 P 作 l 的垂线交 C 于另一点 N．

（1）证明：线段 MP 的中点在定直线上；

（2）若点 P 的坐标为$(2,2\sqrt{2})$，试判断 M，Q，N 三点是否共线.

参考答案与评分建议

一、选择题（单选）：

1. C　**2.** B　**3.** A　**4.** B

二、选择题（多选）：

5. BC　**6.** ABD

三、填空题：

7. $\frac{4}{5}$　**8.** 1，4

四、解答题：

9.（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由题意，得$\begin{cases} a_1+d=8 \\ 4a_1+6d=40 \end{cases}$，则$\begin{cases} a_1=4 \\ d=4 \end{cases}$，

∴$a_n=4n$，又 $T_n-2b_n+3=0$，

∴当 $n=1$ 时，$b_1=3$；当 $n\geq2$ 时，$T_{n-1}-2b_{n-1}+3=0$，两式相减，得 $b_n=2b_{n-1}(n\geq2)$，

∴数列$\{b_n\}$为首项为 3，公比为 2 的等比数列，则 $b_n=3\cdot2^{n-1}$.

（2）$c_n=\begin{cases} 4n,(n=2k-1,k\in N^*) \\ 3\cdot2^{n-1},(n=2k,k\in N^*) \end{cases}$

当 n 为偶数时，$P_n=(a_1+a_3+\dots+a_{n-1})+(b_2+b_4+\dots+b_n)=\dfrac{(4+4n-4)\cdot\frac{n}{2}}{2}+\dfrac{6\left(1-4^{\frac{n}{2}}\right)}{1-4}=2^{n+1}+n^2-2$，

当 n 为奇数时，

法一　$n-1(n\geq3)$为偶数，$P_n=P_{n-1}+c_n=2^{(n-1)+1}+(n-1)^2-2+4n=2^n+n^2+2n-1$，$n=1$ 时符合上式.

法二　$P_n=(a_1+a_3+\dots+a_{n-2}+a_n)+(b_2+b_4+\dots+b_{n-1})=\dfrac{(4+4n)\cdot\frac{n+1}{2}}{2}+\dfrac{6\left(1-4^{\frac{n-1}{2}}\right)}{1-4}=2^n+n^2+2n-1$，

$$\therefore P_n=\begin{cases} 2^{n+1}+n^2-2,(n=2k,k\in N^*) \\ 2^n+n^2+2n-1,(n=2k-1,k\in N^*) \end{cases}.$$

10.【解】（1）设 $P(x_0,y_0)$，则 ${y_0}^2=4x_0$，

因为点 P 在第一象限，所以 $y_0=2\sqrt{x_0}$，

对 $y=2\sqrt{x}$ 两边求导得：$y'=\frac{1}{\sqrt{x}}$，所以直线 l 的斜率为 $\frac{1}{\sqrt{x_0}}$，

所以直线 l 的方程为 $y-2\sqrt{x_0}=\frac{1}{\sqrt{x_0}}(x-x_0)$，　…………2 分

令 $y=0$，则 $x=-x_0$，所以 $M(-x_0,0)$，　…………3 分

所以线段 MP 的中点为$\left(0,\frac{y_0}{2}\right)$，

所以线段 MP 的中点在定直线 $x=0$ 上.　…………5 分

（2）若 $P(2,2\sqrt{2})$，则 $M(-2,0)$.

所以 $k_{MP}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $k_{PF}=2\sqrt{2}$，

因为 $PN\perp l$，所以 $k_{PN}=-\sqrt{2}$，

所以直线 $PF: y=2\sqrt{2}(x-1)$，直线 $PN: y=-\sqrt{2}(x-4)$.

由 $\begin{cases} y^2=4x, \\ y=2\sqrt{2}(x-1), \end{cases}$ 得 $2x^2-5x+2=0$，所以 $x=\dfrac{1}{2}$ 或 2，

所以 $Q\left(\dfrac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$， …………7 分

由 $\begin{cases} y^2=4x, \\ y=-\sqrt{2}(x-4), \end{cases}$ 得 $x^2-10x+16=0$，所以 $x=2$ 或 8，

所以 $N(8,-4\sqrt{2})$. …………9 分

解法一：因为 $M(-2,0)$， $Q\left(\dfrac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$， $N(8,-4\sqrt{2})$，

所以 $k_{MQ}=-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$， $k_{MN}=-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$，

所以点 M,Q,N 三点共线. …………12 分

解法二：因为 $M(-2,0)$， $Q\left(\dfrac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$， $N(8,-4\sqrt{2})$，

所以 $\overrightarrow{MQ}=\left(\dfrac{5}{2},-\sqrt{2}\right)$， $\overrightarrow{MN}=(10,-4\sqrt{2})$，

所以 $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MQ}$，

又向量 $\overrightarrow{MQ}$ 和向量 $\overrightarrow{MN}$ 有公共起点，

所以点 M,Q,N 三点共线. …………12 分