仪征中学2021届高三数学周练（一）　　2020. 9.9

一、单项选择题:

1.已知集合 A= {1,2,3}, B={y|y=3^x ,x∈A}. 则 A∪B=　　(　　)

A. {1,2,3,9,27}　　B.{3}　　C. {1,3,6,9,27}　　D.{1,3}

2.已知随机变量 X ~N(1,σ^2),P(X≥0)=0.8, 则 P(X>2)=　　(　　)

A.0.2　　B.0.4　　C.0.6　　D.0.8

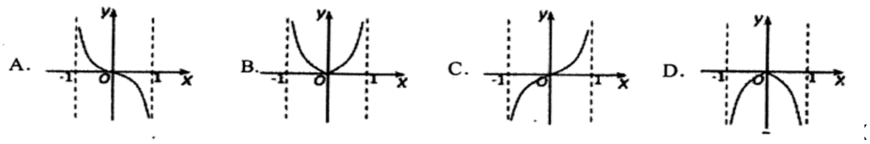
3.设 f(x)=lnx+x-2，则函数 f(x)零点所在的区间为　　(　　)

A. (0，1)　　B.(1, 2)　　C.(2, 3)　　D.(3，4)

4.已知 a = $log_3\frac{9}{2}$,b=$(\frac{1}{4})^{\frac{1}{3}}$,c=$log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{6}$则 a,b,c 的大小关系为(　　)

A. a>b>c　　B.b>a> C　　C. c>b>a　　D. c>a>b

5.设函数 f(x)=xIn$\frac{1+x}{1-x}$,则函数的图像可能为(　　)



6.尽管目前人类还无法准确预报地震,但科学家通过研究发现地震释放出的能量E与地震里氏震级 M 之间的关系为 IgE=4.8+1 .5M.2011 年 3 月 11 日 ,日本发生里氏 9.0 级地震与 2008 年 5 月 12 日我国汶川发生里氏 8.0 级地震所释放出来的能量的比值为(　　)

A.10^{-15}　　B.1.5　　C.lg1.5　　D.$10^{1.5}$

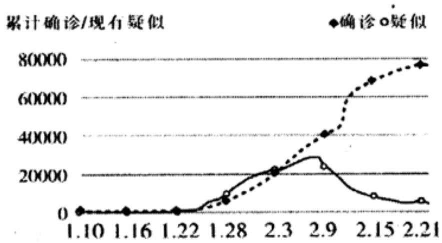
7.已知函数 f(x)=$\sqrt{x+2}$ +k,若存在区间[a,b]⊆ [-2,+∞),使得函数 f(x)在区间[a,b] 上的值域为[a +2,b+2],则实数 k 的取值范围为(　　)

A. (-1,+∞).　　B.($-\frac{1}{4}$, 0]　　C.($-\frac{1}{4}$,+∞)　　D. (-1,0]

8.已知定义在 R 上的函数 f(x)满足 f(x+6)=f(x)，y= f(x+3)为偶函数，若 f(x)在(0,3)内单调递减，则下面结论正确的是(　　　　)

A. f($\frac{19}{2}$)<f($e^{\frac{1}{2}}$)<f(ln2)　　　B. f($e^{\frac{1}{2}}$) <f(ln2) < f($\frac{19}{2}$)

C. f(ln2)<f($\frac{19}{2}$) < f($e^{\frac{1}{2}}$)　　D. f(ln2)<f($e^{\frac{1}{2}}$)< f($\frac{19}{2}$)



二、多项选择题

9.已知上图为 2020 年 1 月 10 日到 2 月 21 日我国新型冠状肺炎累计确诊人数及现有疑似人数趋势图，则下面结论正确的是(　　　　)

A.截至 2020 年 2 月 15 日，我国新型冠状肺炎累计确诊人数已经超过 65000 人

B.从 1 月 28 日到 2 月 3 日，现有疑似人数超过累计确诊人数

C.从 2020 年 1 月 22 日到 2 月 21 日一个月的时间内，累计确诊人数.上升幅度一直在增加

D.2 月 15 日与 2 月 9 日相比较，现有疑似人数减少超过 50%

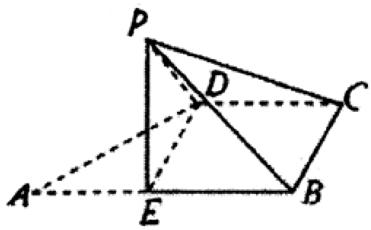
I0. 已知函数 f(x)=$\frac{3^x-1}{3^x+1}$ ，下面说法正确的有( )

A. f(x)的图像关于原点对称　　　B. f(x) 的图像关于 y 轴对称

C. f(x)的值域为(-1,1)　　　　D.$\forall x_1,x_2\in R$,且$x_1\neq x_2$ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$

11.如图,直角梯形 ABCD， AB//CD，AB⊥BC，BC= CD=$\frac{1}{2}$AB=l, E 为 AB 中点，以 DE 为折痕把 ADE 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且 PC=$\sqrt{3}$.则(　　)

A.平面 PED⊥平面 EBCD



B.二面角 P- DC- B 的大小为$\frac{\pi}{4}$

C.PC⊥ED.

D.PC 与平面 PED 所成角的正切值为$\sqrt{2}$

12.已知定义在 R 上的奇函数 f(x)满足 f(x+2)-f(-x)=0,且当 x∈[0,1]时，$f(x)=\log_2(x+1)$,

则下列结论正确的是(　　)

A.f(x)是周期函数，且 2 是其一个周期　　　B.f(x)的图象关于直线 x=1 对称.

C. $f(\frac{16}{3})<f(\frac{1}{2})$　　　D.关于 x 的方程 f(x)-t=0 (0<t<1)在区间(-2,7)上的所有实根之和是 12

三、填空题:本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知点(2,8)在幂函数 $f(x)=x^n$ 的图象上，则 $f(3)$=________

14. 若 $x<3$，求 $f(x)=\frac{4}{x-3}+x$ 的最大值为________.

15.已知函数 f(x)= $\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} & x<1\\ \log_{\frac{1}{2}}x, & x\geq 1\end{cases}$,若 f[f(a)]=2,则实数 a=________.

16．设a为实数，记函数$f(x)=ax-ax^3$（$x\in[\frac{1}{2}$，1]）的图象为C．如果任何斜率不小于1的直线与C都至多有一个公共点，则a的取值范围是__________．

四、解答题:本大题共 6 个小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小愿满分 10 分)设全集 U=R,集合 A={x| -2<x+m<6}, B={x|$\frac{1}{4}<2^x<16$}.

(1)当 m=1 时，求 A⋂($C_U B$):

(2)若 p:x∈A, q:x∈B，且 p 是 q 的必要不充分条件，求实数 m 的取值范圉.

18. (本小题满分 12 分)已知 f(x)为 R 上.的偶函数，当 x≥0 时， f(x)= ln(3x+2).
(1)证明 y= f(x)在[0, +∞)单调递增:
(2)求 f(x)的解析式:

(3)求不等式 f(x+ 2)≤f(2x)的解集.

19.已知函数 $f(x)=\ln x+\dfrac{2a}{x}, a\in\mathbf{R}$.

（1）若函数 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上是增函数，求实数 a 的取值范围；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上的最小值为 3，求实数 a 的值 .

20.江苏省的新高考模式为“3+1+2”,其中“3”是指语文、数学、外语三门必考科目:“1"是指物理、历史两门科目必选且只选一-门;“2"是指在政治、地理、化学、生物四科中必须任选两门，这样学生的选科就可以分为两类:物理类与历史类，比如物理类有:物理+化学+生物，物理+化学+地理,物理+化学+政治物理+政治+地理,物理+政治+生物，物理+生物+地理.江苏某中学高一学生共 1200 人，其中男生 650 人，女生 550 人，为了适应新高考，该校高一的学生在 3 月份进行了“1+ 2”的选科，选科情况部分数据如下表所示: (单位: 人)

性别	物理类	历史类	合计
男生	590		
女生		240	
合计	900		

(1)请将题中表格补充完整，并判断能否有 99%把握认为“是否选择物理类与性别有关"?

(2)已知高一9 班和10班选科结果都只有四种组合:物理+化学+生物，物理+化学+地理，政治+历史+地理,政治+历史+生物.现用数字 1, 2, 3, 4 依次代表这四种组合，两个班的选科数据如下表所示(单位:人) .

	理化生	理化地	政史地	政史生	班级总人数
9 班	18	18	12	12	60
10 班	24	12	18	6	60

现分别从两个班各选一人，记他们的选科结果分别为 x 和 y，令 ξ=|x-y|,用频率代表概率,求随机变量ξ的分布列和期望. (参考数据: 1230^2 = 1512900，65x55x9=32175，1512900 ÷ 32175≈47)

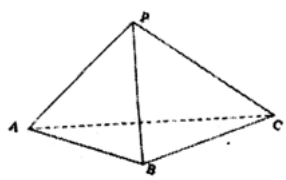
附: $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(k^2\geq k)$	0.050	0.025	0.010	0.005
k	3.841	5.024	6.635	7.879

21. (本小题满分 12 分)已知三棱锥 P-ABC，PA=PB=AB=3, BC=4,AC=5, D 为 AB 中点

(1)若 PC=3,求异面直线 PD 与 BC 所成角的余弦值;

(2)若二面角 P-AB-C 为 30°,求 AC 与平面 PAB 所成角的正弦值.



22. 已知函数 $f(x)=x\ln x$，$g(x)=\dfrac{ax^2}{2}$.

(1) 求函数 f(x)在 x＝e 处的切线方程；

(2) 若至少存在一个 $x_0\in[1，e]$使 $f(x_0)<g(x_0)$成立，求实数 a 的取值范围；

(3) 设 k∈**Z** 且 f(x)＞(k－3)x－k＋2 在 x＞1 时恒成立，求整数 k 的最大值.

仪征中学 2021 届高三数学周练（一）

1.A　　2.A　　3.B　　4.D　　5.B　　6.D　　7.B　　8.A

9.ABD　　10.AC　　11.AB　　12.BD

13.27　　14. -1　　15.1　　16. $\left[-\frac{1}{2},4\right]$.

17．解：（1）当 $m=1$ 时，$A=\{x|-2<x+1<6\}=\{x|-3<x<5\}$

因为 $B=\left\{x\left|\frac{1}{4}<2^x<4\right.\right\}=\{x|-2<x<4\}$ --------------3 分

所以 $C_U B=\{x|x\geq 4\text{或}x\leq -2\}$， ----------------4 分

所以 $A\cap C_U B=\{x|4\leq x<5\text{或}-3<x\leq -2\}$ ----------------6 分

（2）因为 $A=\{x|\ -2-m<x<6-m\}$　　$B=\{x|-2<x<4\}$

p 是 q 必要不充分条件

所以 $\begin{cases}-2-m\leq -2\\ 6-m\geq 4\end{cases}$ ，"=" 不能同时取到 ---------------9 分

所以 $0\leq m\leq 2$ ----------------10 分

18.

. 解：（1）任设 $x_2>x_1\geq 0$，则 $f(x_2)-f(x_1)=\ln(3x_2+2)-\ln(3x_1+2)=\ln\frac{3x_2+2}{3x_1+2}$

由于 $x_2>x_1\geq 0$ 所以 $\frac{3x_2+2}{3x_1+2}>1$ 即 $\ln\frac{3x_2+2}{3x_1+2}>0$ 即 $f(x_2)>f(x_1)$

所以 $y=f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增. ------------------4 分

（2）设 $x<0$,则 $-x>0$ 因为 $f(x)$ 为 R 上的偶函数

所以 $f(x)=f(-x)=\ln(-3x+2)$ -----------------7 分

所以 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\begin{cases}\ln(3x+2), & x\geq 0\\ \ln(-3x+2), & x<0\end{cases}$ -----------------8 分

（3）因为 $f(x)$ 为 R 上的偶函数， 所以 $f(|x+2|)\leq f(|2x|)$

$y=f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增

所以 $|x+2|\leq|2x|$，解得 $x\leq-\dfrac{2}{3}$ 或 $x\geq 2$ -----------------11 分

所以不等式的解集为 $\left\{x \middle| x\leq-\dfrac{2}{3}\text{ 或 }x\geq 2\right\}$ -----------------12 分

19.

试题解析：（1）$\because f(x)=\ln x+\dfrac{2a}{x}$，$\therefore f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2a}{x^2}$.

$\because f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上是增函数，

$\therefore f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2a}{x^2}\geq 0$ 在 $[2,+\infty)$ 上恒成立，即 $a\leq\dfrac{x}{2}$ 在 $[2,+\infty)$ 上恒成立.

令 $g(x)=\dfrac{x}{2}$，则 $a\leq[g(x)]_{\min}, x\in[2,+\infty)$.

$\because g(x)=\dfrac{x}{2}$ 在 $[2,+\infty)$ 上是增函数，$\therefore [g(x)]_{\min}=g(2)=1$.

$\therefore a\leq 1$. 所以实数 a 的取值范围为 $(-\infty,1]$.

（2）由（1）得 $f'(x)=\dfrac{x-2a}{x^2}$，$x\in[1,e]$.

①若 $2a<1$，则 $x-2a>0$，即 $f'(x)>0$ 在 $[1,e]$ 上恒成立，此时 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上是增函数.

所以 $[f(x)]_{\min}=f(1)=2a=3$，解得 $a=\dfrac{3}{2}$（舍去）.

②若 $1\leqslant 2a\leqslant e$，令 $f'(x)=0$，得 $x=2a$. 当 $1<x<2a$ 时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $(1,2a)$ 上是减函数，当 $2a<x<e$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(2a,e)$ 上是增函数.

所以 $[f(x)]_{\min}=f(2a)=\ln(2a)+1=3$，解得 $a=\dfrac{e^2}{2}$（舍去）.

③若 $2a>e$，则 $x-2a<0$，即 $f'(x)<0$ 在 $[1,e]$ 上恒成立，此时 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上是减函数.

所以 $[f(x)]_{\min}=f(e)=1+\dfrac{2a}{e}=3$，所以 $a=e$.

20.解：（1）

性别	物理	历史	合计
男生	590	60	650
女生	310	240	550
合计	900	300	1200

$K^2=\dfrac{1200(590\times240-60\times310)^2}{900\times300\times650\times550}=\dfrac{12\times1230^2}{3\times9\times65\times55}=\dfrac{4\times1512900}{32175}=188>6.635$ ----5 分

所以，有99%把握认为“是否选择物理类与性别有关” -----------------6 分

（2）ξ 的取值分别为0,1,2,3 -----------------7 分

$$P(\xi=0)=0.3\times0.4+0.3\times0.2+0.2\times0.3+0.2\times0.1=0.26$$
$$P(\xi=1)=0.3\times0.2+0.3\times0.4+0.3\times0.3+0.2\times0.2+0.2\times0.1+0.2\times0.3=0.39$$
$$P(\xi=2)=0.3\times0.3+0.2\times0.4+0.3\times0.1+0.2\times0.2=0.24$$
$$P(\xi=3)=0.3\times0.1+0.4\times0.2=0.11$$

故ξ的分别列为：

ξ	0	1	2	3
P	0.26	0.39	0.24	0.11

$E(\xi)=0\times0.26+1\times0.39+2\times0.24+3\times0.11=1.2$ -------------11 分

答：ξ 的数学期望为1.2 ---------------12 分

21. （1）解：取 AC 中点 E $\because O$ 为 AB 的中点 $\therefore DE$ 为 BC 中位线
$\therefore \angle PDE$ 为 PD 与 BC 所成角 -----------2 分

$\because PE=\dfrac{\sqrt{11}}{2}, DE=2, PD=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos\angle PDE=\dfrac{PD^2+DE^2-PE^2}{2PD\cdot DE}=\dfrac{\frac{27}{4}+4-\frac{11}{4}}{2\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$ ----------4 分

$\therefore PD$ 与 BC 所成角的余弦为$\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$. ----------5 分

（2）解：在ΔPDE中，过E作$EH \perp PD$于H

$\because PA = PB, D$为AB的中点　　$\therefore PD \perp AB$

又$\because DE // BC$

$\therefore AB \perp DE$　　　$\therefore \angle PDE = 30^0$　　　　　---------7 分

$\because AB \perp$平面$PDE, EH \subset$平面PDE

$\therefore EH \perp AB$

又$\because EH \perp PD, PD \cap AB = D$

$\therefore EH \perp$平面PAB

$\therefore \angle HAE$为AC与平面PAB所成角.　　　　　---------9 分

在$Rt\Delta AHE$中，$\because EH = 1, AE = \frac{2}{5}$

$\therefore \sin \angle HAE = \frac{2}{5}$

$\therefore AC$与平面PAB所成角的正弦值为$\frac{2}{5}$.　　　　　---------12 分

22.解：(1) $f'(x)=\ln x+1$，$\therefore$ $f'(e)=2$，由 $f(e)=e$，

$\therefore$ 函数 $f(x)$在 $x=e$ 处的切线方程为 $y-e=2(x-e)$，即 $2x-y-e=0$.

(2) 若存在一个 $x_0\in[1，e]$使 $f(x_0)<g(x_0)$成立，即 $x_0\ln x_0<\frac{ax_0^2}{2}$，则 $a>\frac{2\ln x_0}{x_0}$.

令 $h(x)=\frac{2\ln x}{x}$，当 $x\in[1，e]$时，$h'(x)=\frac{2(1-\ln x)}{x^2}>0$ 恒成立.

因此，$h(x)=\frac{2\ln x}{x}$在$[1，e]$上单调递增，故当 $x=1$ 时，$h(x)_{min}=0$.

即实数 a 的取值范围是$(0，+\infty)$.

(3) 由题意得 $x\ln x>(k-3)x-k+2$ 在 $x>1$ 时恒成立，即 $k<\frac{x\ln x+3x-2}{x-1}$.

令 $F(x)=\frac{x\ln x+3x-2}{x-1}$，则 $F'(x)=\frac{x-\ln x-2}{(x-1)^2}$.

令 $m(x)=x-\ln x-2$，则 $m'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}>0$ 在 $x>1$ 时恒成立.

$\therefore$ $m(x)$在$(1，+\infty)$上单调递增，且 $m(3)=1-\ln 3<0$，$m(4)=2-\ln 4>0$.

$\therefore$ 在$(1，+\infty)$上存在唯一实数 $b(b\in(3，4))$，使 $m(x)=0$，即 $m(b)=0$.

当 $1<x<b$ 时，$m(x)<0$，即 $F'(x)<0$，当 $x>b$，$m(x)>0$，即 $F'(x)>0$.

$\therefore$ $F(x)$在$(1，b)$上单调递减，在$(b，+\infty)$上单调递增.

$\therefore$ $F(x)_{min}=F(b)=\frac{b\ln b+3b-2}{b-1}=\frac{b(b-2)+3b-2}{b-1}=b+2\in(5，6)$.

故 $k<b+2$，又 $k\in\mathbf{Z}$，$\therefore$ 整数 k 的最大值为 5.