

仪征中学 2019 年高考数学全真模拟卷七

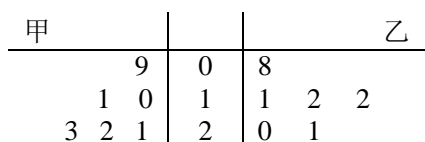
一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分。

1、已知集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{0, 1, a\}$, $A \cup B = \{0, 1, 3\}$, 则 $a =$ _____.

2、如果复数 $z = \frac{2+ai}{1+i}$ ($a \in R$) 为纯虚数, 则 $|z| =$ _____.

3、用红、黄、蓝三种不同的颜色给 A, B 两点涂色, 每个点只涂一种颜色, 则点 A、点 B 颜色不同的概率为_____.

4、甲、乙两个样本数据的茎叶图(如右图), 则甲、乙两样本方差中较小的一个方差是_____.



(第 4 题图)

```

S ← 0
I ← 2
While I ≤ 4
    I ← I + 1
    S ← S + I
End While
Print S
    
```

5、根据上图所示的伪代码, 可知输出的结果 S 为_____.

6、若 “ $\exists x \in [\frac{1}{2}, 2]$, 使得 $2x^2 - \lambda x + 1 < 0$ 成立” 是假命题, 则实数 λ 的取值范围是_____.

(第 5 题图)

7、已知直线 l, m, n 及平面 α , 下列命题:

- ①若 $l // m, m // n$, 则 $l // n$; ②若 $l \perp \alpha, n // \alpha$, 则 $l \perp n$;
 ③若 $l // \alpha, n // \alpha$, 则 $l // n$; ④若 $l \perp m, m // n$, 则 $l \perp n$.

其中所有正确命题的序号为_____.

8、过点 $P(\frac{1}{2}, 1)$ 的直线 l 与圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$ 交于 A, B 两点, 当 $\angle ACB$ 最小时, 直线 l 的方程为_____.

9、已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \log_2(x+1)$, 则使得 $f(2x) < f(x-1)$ 成立的 x 的取值范围为_____.

10、设 S_n 是各项均为非零实数的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且满足条件 $a_1^2 + a_{10}^2 \leq 4$, 则 S_9 的最大值为_____.

11、设 $[t]$ 表示不超过实数 t 的最大整数, 则函数 $f(x) = |2x-1| - [x]$ 的零点个数为_____.

12、在平面凸四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2\sqrt{2}$, $CD = 3$, 点 E 满足 $\overline{DE} = 2\overline{EC}$, 且 $|\overline{AE}| = |\overline{BE}| = 2$. 若 $\overline{AE} \cdot \overline{DE} = \frac{16}{5}$, 则 $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$ 的值为_____.

13、在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\frac{a^2}{bc} = \frac{\cos^2 A}{\cos B \cos C}$, 则最小的内角 A 的值为_____.

14、已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且满足 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x+2) = f(x) + 1$. 若 $g(x) = f(x) + \cos \frac{\pi x}{2}$, 则 $g(\frac{1}{219}) + g(\frac{2}{219}) + \dots + g(\frac{875}{219}) =$ _____.

二、解答题：本大题共 6 小题，共 90 分。请在答题卡指定区域内作答。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15、（本小题 14 分）

已知向量 $\vec{a} = (\sin x, \cos x), \vec{b} = (\sin x, \sin x), \vec{c} = (-1, 0)$.

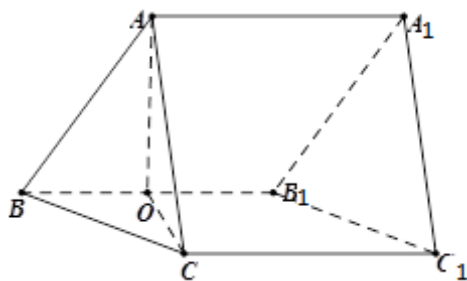
(1) 若 $x = \frac{\pi}{3}$, 求向量 \vec{a}, \vec{c} 的夹角 θ ;

(2) 若 $x \in [-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{4}]$, 函数 $f(x) = \lambda \vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$, 求实数 λ 的值.

16、（本小题 14 分）

如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 已知平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 CBB_1C_1 , $AB = BB_1 = BC = 2$, $\angle ABB_1 = \angle CBB_1 = 60^\circ$, 棱 BB_1 的中点为 O .

- (1) 求证: 面 $AOC \perp$ 面 AA_1C_1C ;
- (2) 求点 A_1 到平面 ABC 的距离.

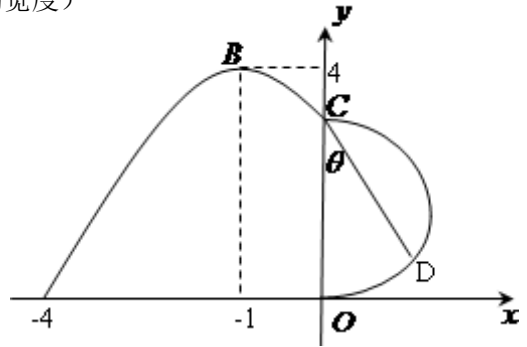


17、（本小题 14 分）

如图，我市新体育公园的中心广场平面图如图所示，在 y 轴左侧的观光道曲线段是函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$)， $x \in [-4, 0]$ 时的图象且最高点 $B(-1, 4)$ ，在 y 轴右侧的曲线段是以 CO 为直径的半圆弧。

(1) 试确定 A, ω 和 φ 的值；

(2) 现要在右侧的半圆中修建一条步行道 CDO （单位：米），在点 C 与半圆弧上的一点 D 之间设计为直线段（造价为 2 万元/米），从 D 到点 O 之间设计为沿半圆弧的弧形（造价为 1 万元/米）。设 $\angle DCO = \theta$ （弧度），试用来表示修建步行道的造价预算，并求造价预算的最大值？（注：只考虑步行道的长度，不考虑步行道的宽度）



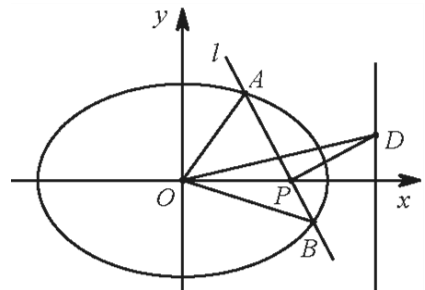
18、（本小题 16 分）

在平面直角坐标系 xoy 中，椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率是 e ， D 为右准线上一点；

(1) 若 $e = \frac{1}{2}$ ，点 D 的横坐标为 4，求椭圆的方程；

(2) 设斜率存在的直线 l 经过点 $P(\frac{3a}{4}, 0)$ ，且与椭圆交于 A, B 两点；若

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$, $DP \perp l$ ，求椭圆离心率 e 的值。



19、(本小题 16 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 共有 $2k$ 项 ($k \geq 2, k \in \mathbf{N}^*$), 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足:

$$a_1 = 2, a_{n+1} = (p-1)S_n + 2 \quad (n = 1, 2, \dots, 2k-1), \text{ 其中常数 } p > 1.$$

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2) 若 $p = 2^{\frac{2}{2k-1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{n} \log_2(a_1 a_2 \cdots a_n)$ ($n = 1, 2, \dots, 2k$), 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(3) 对于 (2) 中数列 $\{b_n\}$, 求和 $T_n = |b_1 - \frac{3}{2}| + |b_2 - \frac{3}{2}| + \cdots + |b_{2k-1} - \frac{3}{2}| + |b_{2k} - \frac{3}{2}|$.

20、(本小题 16 分)

设函数 $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x}{ax+1}$ (其中 $a \in \mathbf{R}$, e 是自然对数的底数).

(1) 若函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 没有零点, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $f(x), g(x)$ 的图象有公共点 P , 且在点 P 有相同的切线, 求实数 a 的值;

(3) 若 $f(e^x) \leq g(x)$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

仪征中学 2019 年高考数学全真模拟卷七

附加题

21、（本小题 10 分）

已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，若点 $P(1, -1)$ 在矩阵 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & 1 \end{bmatrix}$ 对应的变换作用下得到点 $Q(2, -2)$ 。

(1) 求 a, b 的值；

(2) 求矩阵 \mathbf{A} 的特征值。

22、（本小题 10 分）

在极坐标系中，已知圆 C 经过点 $P\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ ，圆心为直线 $\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 与极轴的交点，求圆 C 的极坐标方程。

23、(本小题 10 分)

某商场举办“迎新年摸球”活动，主办方准备了甲、乙两个箱子，其中甲箱中有四个球、乙箱中有三个球(每个球的大小、形状完全相同)，每一个箱子中只有一个红球，其余都是黑球。若摸中甲箱中的红球，则可获奖金 m 元；若摸中乙箱中的红球，则可获奖金 n 元。活动规定：① 参与者每个箱子只能摸一次，一次摸一个球；② 可选择先摸甲箱，也可先摸乙箱；③ 如果在第一个箱子中摸到红球，则可继续在第二个箱子中摸球，否则活动终止。

(1) 如果参与者先在乙箱中摸球，求其恰好获得奖金 n 元的概率；

(2) 若要使得该参与者获奖金额的期望值较大，请你帮他设计摸箱子的顺序，并说明理由。

24、(本小题 10 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 - 2a_n + 2} - 1, (n \in N^*)$ 。

(1) 求 a_2, a_3 的值；

(2) 证明：① $0 \leq a_n \leq 1$ ；

$$\textcircled{2} a_{2n} < \frac{1}{4} < a_{2n+1} .$$