



谈“数学建模活动与数学探究活动”如何在教科书中落实

——以人教 A 版高中数学教科书为例

人民教育出版社 课程教材研究所 100081 张艳娇

【摘要】 在《普通高中数学课程标准(2017 年版)》中,“数学建模活动与数学探究活动”与“函数”“几何与代数”“概率与统计”共同组成贯穿高中数学课程的主线内容.如何在教科书中构建“数学建模活动与数学探究活动”这一主线内容,从而充分发挥它的育人价值,成为教科书编写者高度关注的问题.本文阐述了人教 A 版数学教科书编者对这一主线内容的研究及设计历程.阐明了既要精心设计数学建模活动和数学探究活动课题使学生经历完整的活动过程,也要在其他主线的内容中培养学生数学建模的能力及探究的学习习惯.文章同时对教科书的进一步改进方向提出了建议.

【关键词】 数学建模;数学探究;数学核心素养;综合实践

《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(以下简称《课标》)将数学建模作为六个核心素养之一,同时“数学建模活动与数学探究活动”作为单独的主题,与“函数”“几何与代数”“概率与统计”共同组成贯穿高中数学课程的主线内容.由此可知,《课标》对“数学建模活动与数学探究活动”的重视.“数学建模活动与数学探究活动”有什么样的育人价值,如何在教科书中呈现这一主线内容使它的育人价值得到充分发挥,是教科书编写者需要认真思考的问题.

1 数学建模活动与数学探究活动的育人价值

《课标》对这一主线的描述如下:“数学建模活动是对现实问题进行数学抽象,用数学语言表达问题、用数学方法构建模型解决问题的过程……是基于数学思维运用模型解决实际问题的一类综合实践活动;数学探究活动是围绕某个具体的数学问题,开展自主探究、合作研究并最终解决问题的过程……是运用数学知识解决数学问题的一类综合实践活动.”^[1]数学建模是运用数学知识解决实际问题的基本手段,是数学应用的重要形式;数学探究活动是运用数学知识解决数学问题的基本手段.二者都是推动数学发展的动力.

具体说来,数学建模的过程聚焦学生数学核心素养的几个关键点:基于现实情境,构建数学模型,经历“发现、提出、分析、解决问题”的过程,进而发展“四能”(发现、提出、分析、解决问题的能力),达到“三会”(会用数学眼光看、会用数学思维想、会用数学语言表达现实世界).数学建模的过程离不开数学抽象、逻辑推理、直观想象、数学运算、数据分析等

素养.重视数学建模的过程对于学生数学核心素养的整体提高有很大的帮助.同时数学建模对中国学生发展核心素养体系中的若干素养(如创新精神、实践能力、科学精神、问题解决等)也有着直接的支撑作用^[2].而学生在进行数学探究活动时,可以培养运用数学抽象、直观想象等思维方式发现和提出有意义的数学问题的能力;通过逻辑推理发现和提出命题,探索和表述论证过程,培养有逻辑地表达和交流的能力;积累数学活动经验,提升数学抽象、逻辑推理、数学运算和直观想象等素养.同时,数学建模活动和数学探究活动是高度要求团队合作的综合实践活动,学生在参与的过程中可以养成独立思考与合作交流的学习习惯.

基于上述分析,设计好“数学建模活动与数学探究活动”这一主线内容,对于学生数学核心素养的整体提升有很大的帮助.根据这两种活动各自不同的特点,在教科书的前期研究中,我们对这两种活动采取了分组研究的方式.

2 数学建模活动在教科书中的编写研究

数学建模是《课标》规定的核心素养之一,数学建模过程主要包括:在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题,分析问题、建立模型,确定参数、计算求解,检验结果,改进模型,最终解决实际问题.《课标》从情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思四个角度将数学建模素养描述为三个递进的水平.而这也告诉我们,数学建模素养的养成需要一个渐进而又有层次的过程,是在其他主线内容的学习中逐渐提升的,数学建模素养的培养与其他主



线内容密不可分。

在研究之初,首先聚焦的一个问题是“学生之前解文字应用题的过程是不是数学建模?对于培养学生的数学建模素养有无帮助?”.经过分析这个问题很快有了答案.数学建模活动与解文字应用题是不同的.首先,普通的文字应用题常常是封闭的,解题所需要的信息及数据是直接给出的,通常所给的已知条件不多不少,正好是解答应用题所需要的全部信息;而数学建模需要从现实情境中抽象出数学问题,通常是没有直接数据可用的,学生在进行数学建模时,需要自己搜集相应的数据及信息(获得的方式包括从图书馆、各类公共网站中查阅资料或者是通过实验获得数据等).另外学生所熟悉的文字应用题通常存在唯一正确的答案,而数学建模的解答则更具有开放性.因为数学建模的问题是对现实情境的简化,在建模的开始阶段,人们常常选择忽略掉他们认为不重要的因素,对问题进行假设,所以数学建模中提炼出的数学问题跟现实情境是不完全一致的,构建的数学模型也不可能完全反映现实情境.在数学建模的每一步,从数据的收集,到模型的搭建、检验、修正,不同的人给出的结果也不同.从这个意义上来说,数学建模问题不存在完全正确的答案.这与学生已经习惯的有唯一正确答案的封闭的文字应用题有明显的不同.但是解文字应用题的过程对于培养学生的数学建模能力却是有帮助的,文字应用题考查的能力往往正是数学建模过程中某些环节所需要的能力.基于此,在教科书编写时,我们采取了在其他主线内容中积极渗透数学建模内容,重点提升数学建模局部环节的能力,同时设计专门的数学建模活动课题,使学生参与数学建模活动的全过程,这种从局部到整体的编写策略.

2.1 在其他主线内容中培养数学建模局部环节的能力^[3]

2.1.1 在其他主线内容中培养学生从实际问题中抽象出数学问题的能力

教科书在新知的讲授、例习题的设计中注意培养学生从实际问题中抽象出数学问题的能力.例如,在指数函数的抽象过程中,教科书设置了两个问题情境,一是两地景区游客量的变化问题,二是生物体碳 14 的衰减问题,通过分析其变化规律抽象出函数模型,使学生经历函数抽象的过程,领悟到实际问题可以通过函数关系式很好地进行表达.而在例习题中这方面的实例则更多.如在“函数的概念及其表

示”一节,教科书设计了一个用分段函数表示个人所得税,并求解个人所得税的问题.这类问题针对性地训练了学生用数学的语言表达现实世界、用数学模型解决实际问题的能力.

2.1.2 在正文的讲述中培养学生根据数据构建数学模型的能力

在实际的数学建模中,从实际问题中抽象出数学问题之后,建模所需的数据通常都是需要学生自己收集的.因此教科书注意培养学生的数据收集、分析能力,以及根据数据构建数学模型的能力.教科书采取逐渐提升的方式,从给定数据让学生构建数学模型,再到由学生自主收集数据,构建数学模型.如在“函数的应用(一)”的习题中,教科书设计了如下题目:“下表是弹簧伸长长度 x (单位:cm) 与拉力 F (单位:N) 的相关数据.描点画出弹簧伸长长度随拉力变化的图象,并写出一个能基本反映这一变化现象的函数解析式.”

x	14.2	28.8	41.3	57.5	70.2
F	1	2	3	4	5

这类题目就是根据给定数据构建数学模型的问题.又如在“三角函数的应用”一节的习题中有如下题目:“北京天安门广场的国旗每天是在日出时随太阳升起,在日落时降旗.请根据年鉴或其他参考资料,统计过去一年不同时期的日出和日落时间.在同一直角坐标系中,以日期为横轴,画出散点图,并用曲线去拟合这些数据,同时找到函数模型.”这一类题目需要学生根据需要自己收集数据,然后通过数据分析构建函数模型.

2.1.3 在例题中渗透模型的求解、检验思想,体验数学建模的基本思想

如在“函数的应用(二)”一节,教科书引入了马尔萨斯人口增长模型 $y = y_0 e^{at}$,要求用马尔萨斯人口增长模型建立 1950—1959 年的具体人口增长模型,并检验所得模型与实际人口数据是否相符,然后利用模型简要回答实际问题.这一例题可以使学生认识到模型求解后还需要进行检验,函数模型与实际数据的吻合程度是对模型进行评价的重要依据.另外,教科书中的应用问题既包括用已知模型解决实际问题,也包括让学生自己选择合适的模型解决实际问题,体现了在教科书的建模设计中由易到难、逐步提升的设计思路.

2.1.4 强调信息技术的应用

信息技术在数学建模的过程中发挥着重要的作



用,教科书在正文、边空及各种栏目中强调建模过程中要注意信息技术的使用,同时在例题的解答中也及时体现信息技术的应用.如在“函数的应用(二)”一节,教科书在例题的解答中注意传授利用信息技术作散点图,利用信息技术帮助学生求出函数模型等信息.

经过上述内容的学习,学生对数学建模的基本思想、基本过程都有了了解,进行数学建模活动所需要的能力也得到了逐步的锻炼,在真正进行数学建模课题研究时才不会束手无策,才能积极地投入到数学建模活动的过程中.

2.2 设立“数学建模活动”课题使学生体验数学建模活动的全过程^[3,4]

如前所述,教科书在其他主线的内容中注意数学建模思想的渗透,对数学建模局部环节的能力进行了潜移默化的培养,那么学生此时能否自主地完成数学建模的整个过程呢?考虑到学生之前多是在文字应用题中了解数学建模的局部过程,并没有进行完整的数学建模活动,因此学生在第一次经历完整的数学建模活动时,仍然会面对不小的困难与不适应感,仍然需要教科书及教师的有效引导才能体验到数学建模活动的乐趣.

2.2.1 数学建模活动的选题及呈现

《课标》提示,学生在参与数学建模活动时,可以从类比、模仿逐渐到自主创新.鉴于此,在数学建模专题讨论时,大家一致认为,教科书可以先完整地呈现一个数学建模的实例,由教师引领学生经历一个完整的数学建模过程,然后再由学生自主选题,通过类比、模仿范例完成一个新的数学建模活动.

给学生提供什么样的数学建模范例呢?这就涉及数学建模活动的选题问题.数学建模活动的选题一方面应从学生熟悉的实际问题着手,应贴近生活实际,让学生切实感受到学好数学、运用好数学建模这一工具对于解决身边的实际问题很有帮助;另一方面,选题也要充分考虑高中生的认知基础,从学生已掌握的数学模型出发选择实际问题,如函数模型、几何模型、统计模型等.结合教科书中的相关主线知识,我们在必修第一册安排了第一个数学建模课题——“建立函数模型解决实际问题”,以“特定室温条件下刚泡好的茶水多长时间可以达到最佳口感”为例引领学生展开函数建模活动;在选择性必修第三册“统计”知识后安排了第二个数学建模专题——“建立统计模型进行预测”,以“建立汽车流

量与 PM2.5 浓度之间关系的统计模型”为例引领学生进行统计建模活动.在介绍范例时,教科书注意对建模的一般过程进行提炼,并利用边空的内容对建模过程中蕴含的数学思想方法、信息技术的应用等内容加以补充提示.下面我们以范例一为例进行说明.

范例一的设计:

在第一个数学建模课题中,教科书以茶水水温的问题为例,呈现了数学建模的活动过程:

(1) 观察实际情景,发现和提出问题

从茶水的口感与水的温度有关提出问题:用 85℃ 的水泡制的茶水,在室温 25℃ 时要放置多长时间能达到水温为 60℃ 时的最佳饮用口感?给学生示范如何从实际情境发现、提出问题,并将实际问题转化成数学问题.

(2) 收集数据

教科书给出了如何收集数据的建议,并且以表格的形式给出了一组时间和水温的数据.对于很多学生来说,他们习惯于用已给的数据解决问题,自己根据需要来收集数据的能力欠缺.在实际建模过程中,要考虑需要收集什么样的数据,为什么需要这些数据,数据可以怎么获得.收集数据的能力是数学建模过程的一个必备能力,学生通过实验获得数据,或是从网络或图书纷繁的数据中准确找到自己需要的数据,这一过程对于提升学生的数据分析素养很有帮助.

(3) 分析数据

茶水温度是时间的函数,但没有现成的函数模型可用.为此教科书提示:先画出散点图,利用图象直观分析数据的变化规律,从而选择合适的函数类型.教科书以时间为 x 轴,茶水水温为 y 轴绘制散点图.在画出散点图后,根据散点图的特点,可初步构建函数模型为 $y = ka^x + 25$ ($k \in \mathbf{R}, 0 < a < 1, x \geq 0$).在实际的教学中,教师应该引导学生思考“能否选择其他函数模型”,从而引导学生体会数学建模活动的开放性.

(4) 建立并检验模型.

在上一步中,教科书给出的函数模型为 $y = ka^x + 25$ ($k \in \mathbf{R}, 0 < a < 1, x \geq 0$),在这一步要确定参数 k, a 的值.教科书在边空中提出计算 a 的不同方法,教学中可引导学生思考“如何判断哪个函数模型更恰当”,这样就自然地引入检验模型环节.检验时可以通过将数据代入函数模型,或者画出函数图象与实



际数据进行吻合,吻合程度更高的可以选作本例的函数模型.

(5) 求解问题.

函数模型确定后,就可以将模型应用到实际问题中,得到实际问题的解.

至此,教科书给出了建立函数模型解决实际问题的一个完整的范例.

数学建模活动的选题:

学生自主实施的数学建模活动选题如何确定呢?课标规定:课题可以由教师给定,也可以由学生与教师协商确定.基于此,教科书对建模活动的选题也进行了多方面的建议,既有给定的建模选题,也允许学生自主选择建模选题.这种多梯度的选题方式可以照顾到广大学生的不同需求,使不同的人在数学上都能得到不同程度的发展.

2.2.2 数学建模活动的组织形式

从范例的活动中可以看出完整的数学建模活动工作量是很大的,由学生独立完成很难实现.因此数学建模活动是一项鼓励团队合作的活动.教科书提出“组建研究小组”的方式,对建模的组织形式提出具体的建议.通过建模活动的开展,将培养学生的合作精神和创新意识落实到实处.

在数学建模活动中,除了选题、开题、做题、结题(即数学建模过程的展示)的环节也非常重要.这是因为数学建模不同于文字应用题,不是单纯在纸上写写算算就够了,这个过程涉及选题的确定、建模过程的设计、数据的收集、模型的创建、检验、修正以及对现实问题的解答.每一步都渗透着对学生数学核心素养的培养,只有通过学生合理地展示才能体现这个活动是如何从无到有,成员在过程中的参与程度,各自发挥了什么作用,遇到问题时是如何突破困难解决难点的,教师也才能更好地对学生评价.基于此,教科书也提出了对撰写研究报告、交流展示的要求.同时为了规范研究报告的体例,教科书给出了一个研究报告的参考形式,以指导师生类似的研究报告应怎么撰写.

3 数学探究活动在教科书中的编写研究

数学建模活动是应用数学解决数学外部世界中的问题,而数学探究活动则是研究数学内部问题的一类综合实践活动.数学探究活动具体表现为:发现和提出有意义的数学问题,猜测合理的数学结论,提出解决问题的思路和方案,通过自主探索、合作研究论证数学结论.分析上述过程可知,数学探究活动的

顺利开展,需要学生具有敏锐的问题意识以便能发现和提出有意义的数学问题,熟悉数学研究的方法和“基本套路”以便提出解决问题的方案并最终解决问题,而这些能力的获得仅凭一两次数学探究活动是不可能实现的.因此在探究活动的编写讨论中我们也确定了需要整体设计这一主线内容的编写方案,既要设计数学探究活动课题使学生经历完整的数学探究过程,积累基本的活动经验,也要在其他主线的内容中渗透数学研究的方法和思路,培养学生自主探究的学习习惯,使学生掌握数学研究的方法及数学思想方法,为课题研究做准备.

3.1 在其他主线内容中渗透数学研究的方法和思路^[3,5]

3.1.1 在新知识的讲授中让学生参与数学知识的发生发展过程,体验数学研究的方法

教科书通过设置观察、思考、探究、归纳等栏目,使学生参与到数学知识的发生发展过程中.同时注意将复杂的问题剖析成一个个小问题,使学生体验类比、归纳、演绎等数学研究方法,明晰数学研究的一般思路,感悟知识之间的关联.例如,三角函数一章以公式多,知识点琐碎成为学习的难点,一线教师常常让学生死记硬背公式作为这一章的难点突破方法.这样一来就忽略了知识间的内在联系,将数学知识当成死记硬背的东西,这对于思维的提升是没有任何帮助的.基于此,教科书针对这一内容,根据知识的发生发展过程,利用“观察”“思考”“探究”等栏目自然地提出问题,引导学生层层深入地进行思考,使这些知识相互关联起来,体现了数学的整体性和思想性,也给学生展示了数学研究的方法.又如,在“等式性质与不等式性质”一节,考虑到“等式的基本性质”与“不等式的基本性质”在表现“式的大小关系”的本质属性方面是相通的,教科书精心设计了由“等式的基本性质”类比探究“不等式的基本性质”的学习活动.这种学习方式有利于加深学生对数学本质的认识,提高他们提出和解决问题的能力,从而体验数学研究的方法及思路.

3.1.2 选择合适的素材设置小型的探究活动

除了《课标》中规定的知识,教科书还通过选择合适的素材适时地在正文内容中设置探究活动,使学生通过自主探究、合作研究相结合的方式获得更多的数学结论,在探究的过程中体验学习数学的兴趣.例如,在“空间直线、平面的位置关系”中,教科书引导学生开展“在两个平面互相平行的条件下能够



得出哪些结论”的探究活动,教科书首先探究了两个平行平面内的直线具有什么位置关系,得出了两平面平行的性质定理,从而展示了如何得出猜想并验证猜想的过程.随后教科书在得出性质定理后提出了“如果直线不在两个平行平面内,或者第三个平面不与这两个平面相交,以两个平面平行为条件,你还能得出哪些结论?”的问题,从而引导学生作进一步的探究.在这一探究中学生可以类比直线与直线平行的性质,直线与平面平行的性质,得出其他一些结论,从而学会数学研究的方法,提高发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力.

3.2 设置专门的数学探究活动课题使学生体验数学探究的全过程^[4,5]

从《课标》对数学探究的定位可以看出,数学探究要探究一个具体的,具有一定综合性、复杂性的数学问题.它不同于常规地解答一个习题,而是具有一定数学研究味道的创新性综合实践活动.在编写研究时,我们分别就数学探究活动课题的主题、呈现方式、组织形式等进行了探讨,简述如下:

3.2.1 数学探究活动主题的选择

选择什么样的课题作为数学探究活动的主题呢?数学探究作为一个小型的科研活动,它的首要目标是创新,既可以是结论的创新,也可以是研究工具、方法上的创新.前面已经提到,数学探究所研究的数学问题必须是具体的,具有一定综合性和复杂性,另一方面,教科书中呈现的数学探究最好与学生当前学习的数学知识紧密相关.从课程结构上来看,高中数学课程突出函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动这四条主线.在前面的数学建模部分提到,教科书分别以函数知识与统计知识为依托设计了两个数学建模活动课题,基于各主线的知识特点及课题设置的领域分布,我们计划依托几何与代数、概率的内容来设计数学探究活动.在“几何与代数”主线中,教科书引入了向量这一研究工具,它既是代数研究对象,也是几何研究对象,是沟通几何与代数的桥梁.那么是否可以设计一个以向量为工具研究几何图形的探究活动课题呢?讨论之后我们认为这一方案可以体现几何与代数知识的融合,符合探究活动的主题要求.进一步地,作为平面几何图形重点的三角形作为研究对象也被确定了下来.三角形是平面几何中最重要的基本图形之一,它是联系各种几何图形的纽带.在平面几何中,学生知道了三角形的一些基本性质,但他们对三

角形的认识还不够深入,还有一些三角形的性质值得开发.用向量法对三角形的性质进行再研究,可以发现三角形的一些“新”的性质,使数学探究的创新落到实处.同时这一探究主题能突出几何直观与代数运算之间的融合,即通过形与数的结合,感悟数学知识之间的关联,加强对数学整体性的理解.

在研究“概率”领域是否可设立一个数学探究活动的课题时,杨辉三角因其丰富的性质和应用也进入了大家的视线.在上一版教科书中,教科书在介绍二项式定理时专门有一小节内容介绍“杨辉三角与二项式的性质”,而且在之后还有一个探究与发现专题——“杨辉三角”中的一些秘密.杨辉三角既有与高中数学知识紧密相关的诸多性质,同时它在解决像开方问题、数列问题等方面也有诸多应用.杨辉三角中的数与组合数学、概率论、数列等内容都有密切的关系,体现了数学知识之间的关联,因此是很好的探究素材.基于上述分析,教科书在二项式定理的内容后设计了第二个数学探究课题——杨辉三角的性质与应用.对杨辉三角的探究,既可以探究它的性质,也可以探究它的应用.各个层次的学生都有探究的机会,不同水平的学生探究后都能有所收获,可以体现“不同的人数学上得到不同的发展”的教育理念.

3.2.2 数学探究活动课题的呈现方式

在编写前我们考虑,是否可以直接就具体的数学问题进行自主探究及合作研究呢?经过实践调研我们发现,对于高中生而言,他们很可能把解决一道数学题目,写出他们的解法证法作为完成了一次探究活动.甚至一线的数学老师也并不清楚数学探究活动应该是什么样的组织形式.基于此,我们认为在数学探究活动课题中也应该呈现一个数学探究的范例,先由教师引领学生完整地经历一次数学探究的过程,使学生体验数学探究的方式、方法.因此,在第一个数学探究活动课题中我们设计了“用向量法探究三角形重心的性质”的范例,在第二个数学探究活动课题中设计了“探究杨辉三角的性质”的范例.注意对探究过程中的发现和提出问题、分析和解决问题进行引导.例如第一个探究范例的呈现过程如下:

(1)发现和提出问题

先通过“‘重心’是几何学和物理学的共同对象,应该是很重要的……它到底有哪些神秘的性质呢?”引出问题,再以“从严谨性的角度看,三角形的



两条中线相交于一点是肯定的,但第三条直线是否经过这个交点是需要证明的”提出问题.

(2)用向量法探索、论证

用“三步曲”,通过向量运算、逻辑推理,得到“三角形的三条中线交于一点”的证明.

(3)反思探究过程、发现新命题

通过对探究过程的反思,发现“三角形的重心是中线的三等分点”,这是初中教科书中没有涉及的一个重要性质,从而实现了探究的创新.

数学探究活动的课题都是命题性研究,教科书对于探究的方向也给了一定的引导.例如,在第一个探究活动的范例结束后,教科书通过如下的语句“如果把眼光聚焦在三角形的边、外心、中线、重心、角平分线、内心、高线、垂心等,你还可以发现更多的性质”对这一专题的探究内容给出了提示.

3.2.3 数学探究活动的组织形式

数学探究活动要求以小组合作和独立探究相结合的方式展开.在对探究活动的要求中,强调小组合作主要应用在探究方案的确定、研究思路的相互启发上,而对内容的具体探究过程要让学生独立完成.通过独立探究,学生对数学探究的体验才会深刻,形成的研究结果也会更加丰富一些.教科书也同样给出数学探究研究报告的参考形式,师生可以从研究报告的体例中获知在问题解决的过程中需重点关注的内容.

4 结论及启示

通过上文的阐述,数学建模活动和数学探究活动作为高中数学课程的主线之一,其重要性受到了教科书编者的高度重视.针对二者的特点,教科书编者采取了通盘考虑、分步实施的编写方案,既在宏观分析课程结构的基础上整体设计数学建模活动和数学探究活动的课题学习,也在其他主线内容中逐步渗透数学建模思想和数学探究的学习方式.在内容呈现上,针对二者的设计既有相似之处,也有由其各自特点决定的不一致之处.具体分析如下:

4.1 在主线的整体设计时,教科书编者注意结合高中生的知识基础来选择课题研究方向

如在设计数学建模活动课时,教科书以函数模型和统计模型为基础,设计了“建立函数模型解决实际问题”和“建立统计模型进行预测”两个建模课题;在设计数学探究活动课时,教科书以平面向量的知识和组合数、二项式定理等内容为基础,设计了“用向量法研究三角形的性质”“杨辉三角的性质与

应用”两个探究课题.这样的选题可以将学生课堂中学到的数学知识直接转化为解决问题的工具,既能使学生在课题活动中更好地掌握基础知识、基本技能,也能使学生充分体验数学的应用价值和研究价值,使学生对学好数学形成内在的驱动力.在具体的活动选题中,教科书既给出了明确的选题方向,也允许学生自主确定选题,体现了“人人都能获得良好的数学教育,不同的人在数学上得到不同的发展”的教育理念.

4.2 在课题呈现时,教科书注意范例的引导作用

在数学建模活动和数学探究活动课题中,教科书都是首先呈现一个活动范例使学生明确数学建模或数学探究活动的过程,然后再给出选题建议让学生自主开展课题活动.通过这些范例的呈现,学生可以明确数学建模和数学探究活动与日常解应用题、证明几何题的不同,对建模及探究活动的实施过程、组织形式及评价方式有更为准确的了解,从而在自主研究时能更合理有效地开展课题活动.同时,范例也凸显出这两种活动各自的特点.例如,范例都注意详细阐述发现和提出问题的过程,说明了发现和提出问题在建模和探究中的重要性.数学建模的范例注意对建模各环节的引导,体现了数学建模是非常重视过程的一类综合实践活动;而数学探究的范例更注意对探究的方法、思路进行引导,体现了数学探究活动在传授数学的研究方法、培养学生的探究性思维上发挥着重要作用.

4.3 在其它主线的学习中,教科书注意分步实施、逐步培养学生数学建模的能力和数学探究的学习方式

完整的数学建模活动是一项复杂的综合实践活动,学生如果直接面对这么复杂的过程可能会束手无策.教科书将建模的这些环节分解到日常的教学活动中,例如,在函数主线中,教科书在正文的讲述中积极渗透模型思想,在例题中对数学建模的局部过程进行呈现,习题中也设计了很多针对数学建模局部环节能力的考查,通过这些内容使学生体验了数学建模的局部环节,为以后完整地经历数学建模活动打下了基础.在针对数学探究的活动中,教科书通过设置观察、思考、探究、归纳等多种栏目,使学生掌握类比、归纳、演绎等数学研究的方法.教科书结合具体的数学问题将探究的学习方式应用到新知识的获取中,同时也设计了一些小型的探究活动,这些都为学生完整地经历数学探究活动作好了准备.



4.4 在数学建模活动和数学探究活动中,教师的引导作用也至关重要

教师应根据教科书的设计,引导学生从模仿到自主,从局部到整体,逐步提升数学建模和数学探究的能力.在学习其他主线中的相关知识时,教师应通过有意识地点拨使学生明白这些分散的内容与数学建模、数学探究活动的关系,为日后完整的课题活动作准备.在课题学习中,教师应引领学生完成活动范例,在学生的选题及团队组建上给出建议,并组织好后期的交流展示环节.建模的过程应放手让学生操作,只在关键环节、关键思想方法上加以点拨,使学生积累发现、提出、分析和解决问题的经验,积累独立思考和合作交流的经验,更好地体验数学的基本思想.

总之,数学建模活动和数学探究活动是综合性的实践活动,是综合提升学生的数学核心素养的有效载体.每一个参加数学建模和数学探究活动的学生都应该自己主动地发现、提出、分析、解决问题,这正是时代所需要的问题意识、创新精神和实践能力.鉴于教科书呈现的局限性,教科书在引领学生发现问题方面还有所欠缺.教科书呈现的数学建模与数

学探究活动都是在给定选题下的活动,如何更好地引导学生自己发现并提出有意义的问题,进而分析并解决问题是教科书编者和教师需共同深思的问题,值得大家共同努力!

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[S].北京:人民教育出版社,2018.
[2] 史宁中,王尚志.普通高中数学课程标准(2017年版)解读[M].北京:高等教育出版社,2018.
[3] 章建跃,李增沪.普通高中教科书数学必修第一册(A版)[M].北京:人民教育出版社,2019.
[4] 章建跃,李增沪.普通高中教科书数学选择性必修第三册(A版)[M].北京:人民教育出版社,2019.
[5] 章建跃,李增沪.普通高中教科书数学必修第二册(A版)[M].北京:人民教育出版社,2019.

作者简介 张艳娇(1984—),女,山东淄博人,中级职称.研究方向:数学课程、教材、教法研究.主要成绩:新人教A版《普通高中教科书·数学》核心编者,《盲校义务教育实验教科书·数学》核心编者,《体育运动学校义务教育实验教科书·数学》核心编者.

立足整体观 研读新教材*

——以“余弦定理、正弦定理”的内容解读为例

华东师范大学第二附属中学 201203 任念兵 汪 健

【摘要】 以新教材“余弦定理、正弦定理”的内容解读为例,从“是什么”(知识的内涵)“为什么”(知识所蕴含的思想方法)和“还有什么”(知识的结构网络)三个方面,分析了立足数学整体观研读教材的方法和路径.

【关键词】 整体观;研读教材;知识内涵;思想方法;结构网络

发挥数学的育人价值,主要依靠数学内在的逻辑力量,这就要求教师能够以数学核心素养为目标导向,分析数学知识蕴含的育人价值.数学教师教学水平的高低,首当其冲地体现在对数学知识内容的理解、把握上.高水平的教师,在教教材显性知识的同时,能挖掘出其背后的隐性知识,讲出一些别人教不出来的内容,这些不易教到的隐性知识,就是数学的本质.而大量课堂观察表明,数学教学质量低下的

原因,追本溯源,主要来自于教师的数学理解不到位^[1].要在“理解数学”方面打下扎实的数学基本功,教师必须认真研读教材,切实把握教材内容的内涵和外延,形成对数学知识的深刻感悟;也唯有如此,才能在教学实践中充分利用教材所蕴藏的丰富教学资源,根据学情适当取舍,真正做到“用教材教”,最终形成以“四基”“四能”为载体发展学生核心素养的育人能力.

* 本文是上海市浦东新区 2018 年教育科学研究项目重点课题“基于高中数学核心素养的中观教学设计与实践研究”(编号 A201806)的阶段研究成果.