仪征中学2020届高三（下）期初学情检测

数学 I

一、填空题:本大题共 14 小题，每小题 5 分, 共计 70 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上.

1. 已知集合 $A=\{-2,-1,0,2,3,4\}$，集合 $B=\{-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$__________.

2. 函数 $y=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为 π，则 $\omega=$__________.

3. 已知复数 $z=(1-3\mathrm{i})(2-\mathrm{i})$，其中 i 为虚数单位，则 z 的实部是__________.

4. 有五张卡片，每张上面分别写有“$1,2,3,4,5$”五个数字，一次随机抽取其中的三张，则抽出的三张卡片上的数字能构成三角形三边的概率是__________.

5. 某中学有初一年级学生 360 人，初二年级学生 440 人，初三年级学生 400 人，现通过分层抽样的方式，从该学校三个年级的学生中抽取一部分学生调查身高发育情况，若在初二学生中抽取了 33 人，则从三个年级抽取学生的总人数为__________.

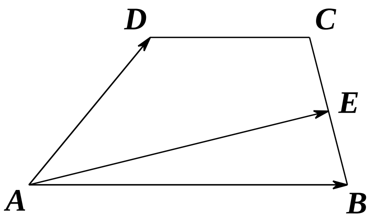
```
Read  x
  If  x>0  then
     y ← 2^x + a
  Else
     y ← x + 2
End  If
Print  y
```

（第 6 题）

6. 根据如图所示的伪代码，若对于任意的输入值 x_1,x_2，当 $x_2>x_1$ 时，对应的输出的结果满足 $y_2>y_1$，则实数 a 的取值范围为__________.

7. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中，$BC\perp CD$，$AB=AD=\sqrt{2}$，$BC=1$，$CD=\sqrt{3}$，则该三棱锥 外接球的体积为_____.

8. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，E 为 BC 中点，且 $AB=2CD$，若 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，则 $x+y=$__________.



(第 8 题)

9. 已知正实数 x,y 满足 $x+\dfrac{1}{y}=1$，则 $\dfrac{1}{x}+y$ 的最小值为__________.

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知在双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右支上存在两点 P,Q，使得 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$，则该双曲线离心率的取值范围为__________.

11. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，公比 $q>1$，若 $2S_n+2=a_{n+1}-a_n$，则公比 $q=$__________.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知其外接圆半径为 1，$BC=2$，且 $\sin A=2\cos B$，则 $B=$__________.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $O:x^2+y^2=r^2(r>0)$ 与直线 $l:x+y-5=0$，若对圆 O 上任意一点 P，在直线 l 上均存在两点 E,F，使得 $PE=\sqrt{2}PF$，且 $EF=8$，则 r 的取值范围为__________.

14. 已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases} x+\dfrac{4}{x}-4, x\geqslant 1 \\ \ln x+1 \quad ,0<x<1 \end{cases}$,若过原点的直线 $y=kx$ 与函数 $f\left(x\right)$ 的图象交于 A,B,C 三点，且 A,B,C 三点的横坐标分别为 $x_1,x_2,x_3\left(x_1<x_2<x_3\right)$，则 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}$ 的取值范围为____________.

二、解答题：本大题共 6 小题，共计 90 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（本小题满分 14 分）

已知向量 $\vec{a}=\left(\sin x,1\right),\vec{b}=\left(\cos x,-1\right)$，设函数 $f\left(x\right)=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{a}$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的最小值;

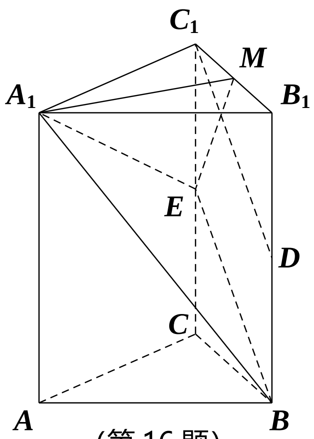
（2）若 $f\left(\theta\right)=\dfrac{2}{3}$ ，求 $\sin 4\theta$ 的值.

16.（本小题满分 14 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB=AC$ ， $BB_1=\sqrt{2}BC$ ， D,E,M 分别为 BB_1,CC_1,B_1C_1 中点.

证明：（1） $DC_1 //$ 面 A_1BE ;

（2） $DC_1\perp$ 面 A_1EM .



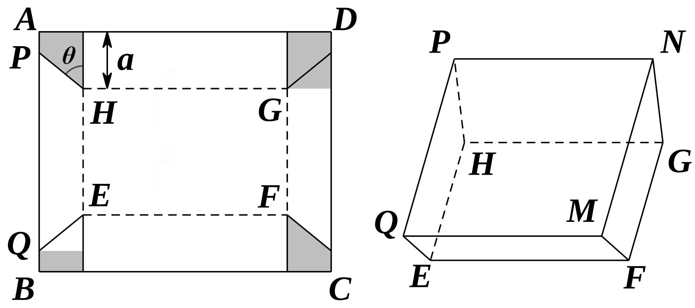
(第 16 题)

17.（本小题满分 14 分）

将一个矩形纸片 $ABCD$ 切去四个角处的阴影部分，如图所示，其中四个阴影部分为相互全等的直角梯形，且此直角梯形较长的底边为 a ，θ 是直角梯形的一个内角. 将剩下的部分沿着虚线折起，恰好形成一个直四棱柱 $PQEH-NMFG$ ，其中直四棱柱的底面 $PQEH$ 为等腰梯形.已知 $AB=7, AD=8$ ， $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$.

（1）试将此直四棱柱的体积 V 表示为 a 的函数，并指出其定义域；

（2）求此直四棱柱体积的最大值.



(第 17 题)

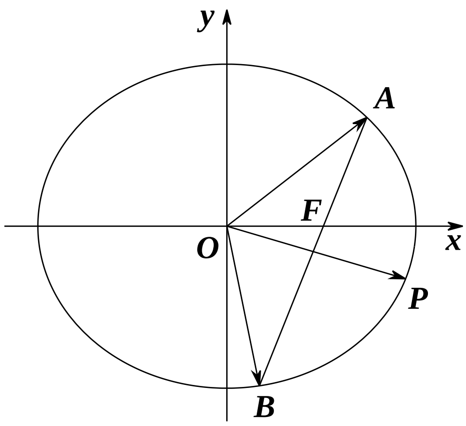
18.（本小题满分 16 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，且过点 $\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$.过点 F 且不与 x 轴重合的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点，点 P 在椭圆上，且满足 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=t\overrightarrow{OP}(t>0)$.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）当 AB 的斜率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 时，求 t 的值；

（3）求正实数 t 的取值范围.



(第 18 题)

19.（本小题满分 16 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x},g\left(x\right)=a\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(a\in\mathbf{R}\right)$，其中 e 是自然对数的底数.

（1）设 $h\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$，若 $0\leqslant a\leqslant\mathrm{e}$，求证：$h\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增；

（2）若不等式 $f\left(a\right)+k\cdot f\left(-a\right)-\ln\left(a^{2}+1\right)>g\left(a\right)+\frac{k}{g\left(a\right)}-a$ 对任意 $a>0$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

20.（本小题满分 16 分）

已知数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 各项均为正数，且满足 $\frac{a_{n+2}\cdot a_{n}}{a_{n+2}+a_{n}}=\frac{2}{5}a_{n+1}\left(n\in\mathbf{N}^{*}\right)$.

（1）证明：数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 与数列 $\left\{\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{2}{a_{n}}\right\}$ 中至少有一个为等比数列；

（2）若 $a_{1}=a_{2}=1$，试判断数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 中是否存在三项成等差？若存在，则求出这三项；若不存在，请说明理由.

仪征中学2020届高三（下）期初学情检测

数学Ⅱ

21．选修 4—2：矩阵与变换（本小题满分 10 分）

已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2 & 1\\3 & -1\end{bmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\2 & 4\end{bmatrix}$，若点 M 在矩阵 $\boldsymbol{AB}$ 对应的变换下得到点 $M'(6,-1)$，求 M 点坐标.

22．选修 4—4：坐标系与参数方程（本小题满分 10 分）

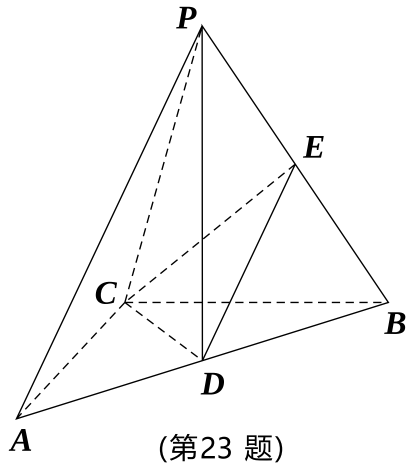
在极坐标系中，已知圆 M 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)+3=0$，点 A 是圆 M 上的动点，若点 A 与极点 O，以及平面上一点 B 构成以 A 为直角顶点的等腰直角三角形（其中点 O,A,B 依次按逆时针方向排列），求点 B 运动轨迹的极坐标方程.

23.（本小题满分 10 分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，$AC\perp BC$，且$AC=BC=2$，D,E分别为AB,PB中点，$PD\perp$平面ABC，$PD=3$.

（1）求直线CE与直线PA夹角的余弦值；

（2）求直线PC与平面DEC夹角的正弦值.



(第23 题)

24.（本小题满分 10 分）.

在数列$\{a_n\}$中，$a_1=a\left(a>0\right)$，且$a_{n+1}=\dfrac{4}{5}\left(a_n+\dfrac{1}{a_n}\right)\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$.

（1）若$a=1$，求证：对任意$n\in\mathbf{N}^*$，均有$1\leqslant a_n<2$；

（2）求证：对任意给定的实数a，均存在正实数M，使得$a_n\leqslant M\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$恒成立.