

2022 届高三数学午间练 6.18

1. 若随机变量 $X \sim B(5, p)$, $D(X) = \frac{5}{4}$, 则 $E(X) =$ ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{5}{2}$

因为 $X \sim B(5, p)$, $D(X) = \frac{5}{4}$,

则 $D(X) = 5p(1-p) = \frac{5}{4}$, 解得 $p = \frac{1}{2}$,

所以 $E(X) = 5p = \frac{5}{2}$.

故选: D.

2. 已知 $(1+x)^n$ 的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等, 则奇数项的二项式系数和为

- A. 2^{12} B. 2^{11} C. 2^{10} D. 2^9

2 【答案】D 【解析】因为 $(1+x)^n$ 的展开式中的第 4 项与第 8 项的二项式系数相等, 所以

$C_n^3 = C_n^7$, 解得 $n = 10$, 所以二项式 $(1+x)^{10}$ 的展开式中奇数项的二项式系数和为

$$\frac{1}{2} \times 2^{10} = 2^9.$$

3. 在 5 道题中有 3 道理科试题和 2 道文科试题. 如果不放回地依次抽 2 道题, 则第一次和第二次都抽到理科题的概率是 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

设 A 事件为第一次抽到理科试题, B 事件为第二次抽到理科试题,

所以第一次和第二次都抽到理科题的概率是 $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$.

故选: D.

4. (多选题)已知某校有 1200 名同学参加某次模拟考试, 其中数学考试成绩 X 近似服从正态分布 $N(100, 225)$, 则下列说法正确的有 ()

(参考数据: ① $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6827$;

$$\textcircled{2} P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545;$$

$$\textcircled{3} P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9973)$$

A. 这次考试成绩超过 100 分的约有 500 人

B. 这次考试分数低于 70 分的约有 27 人

$$C. P(115 < X \leq 130) = 0.0514$$

D. 从中任取 3 名同学, 至少有 2 人的分数超过 100 分的概率为 $\frac{1}{2}$

由题意可知, 对于选项 A, $\mu = 100$, $\sigma = 15$, 则 $P(X > 100) = \frac{1}{2}$, 则成绩超过 100 分的约有 $1200 \times \frac{1}{2} = 600$ 人, 所以选项 A 错误;

$$\text{对于选项 B, } P(X > 70) = P(70 < X < 100) + P(X > 100) =$$

$$\frac{1}{2} P(100 - 2 \times 15 < X < 100 + 2 \times 15) + 0.5 = \frac{1}{2} \times 0.9545 + 0.5 = 0.97725, \text{ 所以}$$

$$P(X < 70) = 1 - P(X > 70) = 1 - 0.97725 = 0.02275, \text{ 所以分数低于 70 分的人数约为}$$

$$0.02275 \times 1200 = 27.3, \text{ 即约为 27 人, 所以选项 B 正确;}$$

$$\text{对于选项 C, } P(X < 115) = P(X < 100) + \frac{1}{2} P(100 - 15 < X < 100 + 15) = 0.5 +$$

$$\frac{1}{2} \times 0.6827 = 0.84135,$$

$$P(X < 130) = P(X < 100) + \frac{1}{2} P(100 - 2 \times 15 < X < 100 + 2 \times 15) = 0.5 +$$

$$\frac{1}{2} \times 0.9545 = 0.9727, \text{ 所以}$$

$$P(115 < X \leq 130) = P(X \leq 130) - P(X < 115) = 0.9727 - 0.84135 = 0.13135, \text{ 所以选}$$

项 C 错误;

$$\text{对于选项 D, 因为 } P(X > 100) = \frac{1}{2}, \text{ 且至少有 2 人的分数超过 100 分的情况如下: } \textcircled{1} \text{ 恰好}$$

$$2 \text{ 人时概率为 } C_3^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}; \textcircled{2} 3 \text{ 人均超过 100 分时的概率为 } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \text{ 则至少有 2 人}$$

$$\text{的分数超过 100 分的概率为 } \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}, \text{ 所以选项 D 正确;}$$

故选: BD.

