

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 15

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 设集合 $A = \{2, 1 - a, a^2 - a + 2\}$, 若 $4 \in A$, 则 $a = (\quad)$
A. -3 或 -1 或 2 B. -3 或 -1 C. -3 或 2 D. -1 或 2
2. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的取值范围为 $(\quad)$
A. $m \leq 3$ B. $2 \leq m \leq 3$ C. $m \geq 2$ D. $m \geq 3$

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下面命题正确的是 $(\quad)$
A. “ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的充分不必要条件
B. 命题 “若 $x < 1$, 则 $x^2 < 1$ ” 的否定是 “存在 $x < 1$, 则 $x^2 \geq 1$ ”.
C. 设 $x, y \in R$, 则 “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ” 是 “ $x^2 + y^2 \geq 4$ ” 的必要而不充分条件
D. 设 $a, b \in R$, 则 “ $a \neq 0$ ” 是 “ $ab \neq 0$ ” 的必要不充分条件

三、单空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 若函数 $f(x) = 8x^2 - 2kx - 7$ 在 $[1, 5]$ 上为单调函数, 则实数 k 的取值范围是_____.
5. 若不等式 $3^{ax^2 - 2ax} > \frac{1}{3}$ 对一切实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(2, 4)$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
(2) 设函数 $g(x) = 2f(x) - 8x + a - 1$, 若 $g(x) > 0$ 对任意 $x \in [-1, 1]$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

答案和解析

1.【答案】C 解:若 $1-a=4$, 则 $a=-3$, $\therefore a^2-a+2=14$, $\therefore A=\{2,4,14\}$; 若 $a^2-a+2=4$, 则 $a=2$ 或 $a=-1$, $a=2$ 时, $1-a=-1$, $\therefore A=\{2,-1,4\}$; $a=-1$ 时, $1-a=2$ (舍), 不符合互异性, 则 $a=-3$ 或 2 . 故选 C.

2.【答案】A 当 B 为空集时, 满足 $B \subseteq A$, 此时 $m+1 > 2m-1$, 解得 $m < 2$;

当 B 不是空集时, 要使 $B \subseteq A$, 则 $\begin{cases} m+1 \geq -2 \\ 2m-1 \leq 5 \\ m+1 \leq 2m-1 \end{cases}$, 解得 $2 \leq m \leq 3$, 综上所述: $m \leq 3$.

3.【答案】ABD

解: “ $a > 1$ ” $\Leftrightarrow$ “ $0 < \frac{1}{a} < 1$ ”, 故充分性成立; 反之, 当 $\frac{1}{a} < 1$ 时, $a < 0$ 或 $a > 1$, 故必要性不成立, 所以, “ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的充分不必要条件, 故 A 正确;

命题 “若 $x < 1$, 则 $x^2 < 1$ ” 的否定是 “存在 $x < 1$, 则 $x^2 \geq 1$ ”, 故 B 正确; 当 “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ” 成立, 则 “ $x^2 + y^2 \geq 4$ ” 成立, 但 “ $x^2 + y^2 \geq 4$ ” 成立时, “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ” 不一定成立, 如: $x=3, y=1$, 所以应为充分不必要条件, 故 C 错误;

$ab \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ 且 $b \neq 0$, 故 “ $a \neq 0$ ” 是 “ $ab \neq 0$ ” 的必要不充分条件, 故 D 正确.

4.【答案】 $(-\infty, 8] \cup [40, +\infty)$

解: 根据二次函数的性质知对称轴为 $x = \frac{k}{8}$, 在 $[1, 5]$ 上是单调函数, 则对称轴不能在这个区间上, $\therefore \frac{k}{8} \leq 1$ 或 $\frac{k}{8} \geq 5$, 得 $k \leq 8$ 或 $k \geq 40$. 故答案为 $(-\infty, 8] \cup [40, +\infty)$.

5.【答案】 $[0, 1)$

解: 根据题意, 因为不等式 $3^{ax^2-2ax} > \frac{1}{3} = 3^{-1}$ 对一切实数 x 恒成立, 根据指数函数 $y = 3^x$ 是 R 上的增函数, 那么只需 $ax^2 - 2ax > -1$, 即 $ax^2 - 2ax + 1 > 0$ 对一切实数 x 恒成立即可. 当 $a = 0$ 时, 显然 $1 > 0$ 恒成立; 当 $a \neq 0$ 时, 根据二次函数的性质可得 $a > 0$, 且 $4a^2 - 4a < 0$, 解得 $0 < a < 1$. 综上可知, 满足题意的 a 的取值范围是 $0 \leq a < 1$.

6.【答案】解: (1) 幂函数 $f(x) = x^a$ 的图象过点 $(2, 4)$, $\therefore f(2) = 2^a = 4$, $\therefore a = 2$, $\therefore f(x) = x^2$; (2) 函数 $g(x) = 2f(x) - 8x + a - 1 = 2(x-2)^2 + a - 9$, $\therefore g(x) = 2f(x) - 8x + a - 1$, 对称轴为 $x = 2$; $\therefore g(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上为减函数, $\therefore x \in [-1, 1]$ 时, $g(x)_{\min} = g(1) = 2(1-2)^2 + a - 9 > 0$, $\therefore a > 7$ 所以 a 的取值范围为 $(7, +\infty)$.