苏州市 2021—2022 学年第一学期调研高三数学

一、选择题：

1．设 i 为虚数单位，若复数(1－i)(1＋ai)是纯虚数，则实数 a 的值为

A．－1　　B．0　　C．1　　D．2

2．设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*\,|\,1<\log_2 x<3\}$，$B=\{1，2，3，4\}$，则集合 $A\cup B$ 的元素个数为

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

3．已知圆锥的高为$\sqrt{6}$，其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的母线长为

A．$2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{6}$　　D．$4\sqrt{2}$

4．在△ABC 中，$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$，点 P 在边 BC 上，则“$AP=\frac{1}{2}BC$”是“P 为 BC 中点”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不以要条件

5．记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和．若$\frac{S_3}{S_3+S_6}=\frac{1}{5}$，则$\frac{a_3}{a_3+a_6}=$

A．$\frac{2}{15}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{5}{16}$　　D．$\frac{1}{3}$

6．北京时间 2021 年 10 月 16 日 0 时 23 分，神舟十三号载人飞船在酒泉卫星发射中心成功发射，受到国际奥论的高度关注，为弘扬航天精神、普及航天知识、激发全校学生为国手光的荣誉感和责任感，某校决定举行以“传航天精神、铸飞天梦想″　为主题的知识竞赛活动，现有 A，B 两队报名参加，A，B 两队均由两名高一学生和两名高二学生组成．比赛共进行三轮，每轮比赛两队都随机挑选两名成员参加答题，若每位成员被选中的机会均等，则第三轮比赛中被两队选中的四位学生不全来自同一年级的概率是

A．$\frac{5}{9}$　　B．$\frac{8}{9}$　　C．$\frac{17}{18}$　　D．$\frac{35}{36}$

7．已知 $a>b+1>1$，则下列不等式一定成立的是

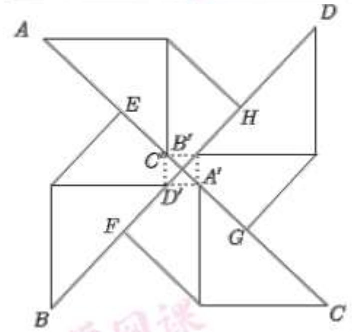
A．$|b-a|>b$　　B．$a+\frac{1}{a}>b+\frac{1}{b}$　　C．$\frac{b+1}{a-1}<\frac{e^b}{\ln a}$　　D．$a+\ln b<b+\ln a$

8．若斜率为 $k(k>0)$的直线 l 与抛物线 $y^2=4x$ 和圆 M：$(x-5)^2+y^2=9$ 分别交于 A，B 和 C，D 两点，且 $AC=BD$，则当△MCD 面积最大时 k 的值为

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

二、选择题：

9．折纸发源于中国．19 世纪，折纸传入欧洲，与自然科学结合在一起成为建筑学院的教具，并发展成为现代几何学的一个分支．我国传统的一种手工折纸风牛(如图 1)是从正方形纸片的一个直角顶点开始，沿对角线部分采开成两个角，将其中一个角折叠使其顶点仍落在该对角线上，同样操作其余三个直角制作而成的，其平面图如图 2，则



A．$\overrightarrow{EH}/\!/\overrightarrow{FC}$　　B．$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BE}=0$

C．$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EF}$　　D．$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}$

10．下列命题正确的是

A．若 z_1，z_2 为复数，则$|z_1z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$

B．若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为向量，则$|\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|$

C．若 z_1，z_2 为复数，且$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$，则 $z_1z_2=0$

D．若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为向量，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b}=0$

11．已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2+1$，则

A．$\forall a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上均有极值

B．$\exists a\in\mathbf{R}$，使得函数 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上无极值

C．$\forall a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)$在$(-\infty，0)$上有且仅有一个零点

D．$\exists a\in\mathbf{R}$，驶得函数 $f(x)$在$(-\infty，0)$上有两个零点

12．甲同学投掷骰子 5 次，并请乙同学将向上的点数记录下来，计算出平均数和方差．由于记录遗失，乙同学只记得这五个点数的平均数为 2，方差在区间[1.2，2.4]内，则这五个点数

A．众数可能为 1　　B．中位数可能为 3

C．一定不会出现 6　　D．出现 2 的次数不会超过两次

三、填空题：

13．记数列$\{a_n\}$的前 n 项积为 T_n，写出一个同时满足①②的数列$\{a_n\}$的通项公式：a_n=．

①$\{a_n\}$是递增的等比数列；　②$T_3=T_6$．

14．设点 P 是曲线 $y=\sqrt{x}-\frac{3}{2}\ln x$ 上的任意一点，则 P 到直线 $y=-x$ 的最小距离是________．

15．已知 F_1，F_2 分别为双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点，若点 F_2 关于双曲线 C 的渐近线的对称点 E 在 C 上，则双曲线 C 的离心率为________．

16．已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，$AB=BC=BB_1=2$，D，E 分别为棱 A_1C_1，AB 的中点，过点 B_1，D，E 作平面 α 将此三棱柱分成两部分，其体积分别记为 V_1，$V_2(V_1<V_2)$，则 $V_1=$________；平面 α 截此三棱柱的外接球的截面面积为________．

四、解答题：

17．在①$MC=2MB$；②$\sin C=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$；③$S_{\triangle ABM}=\sqrt{3}$这三个条件中任选一个，补充在下面问题(2)的横线上，并解答下列题目．

在△ABC 中，已知角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a=2\sqrt{7}$，$b\sin\dfrac{B+C}{2}=a\sin B$．

(1)求 A；

(2)若 M 为边 AC 上一点，且$\angle ABM=\angle BAC$，__________ ，求△ABC 的面积．

(注：如果选择多个条件分别解答，则按第一个解答计分)

18．若数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+m}=a_n+d(m\in \boldsymbol{N}^*$，$d$ 是不等于 0 的常数)对任意 $n\in \boldsymbol{N}^*$恒成立，则称$\{a_n\}$是周期为 m，周期公差为 d 的“类周期等差数列”．已知代数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n+a_{n+1}=4n+1(n\in \boldsymbol{N}^*)$．

(1)求证：$\{a_n\}$是周期为 2 的“类周期等差数列”，并求 a_2，a_{2022} 的值；

(2)若数列$\{b_n\}$满足 $b_n=a_{n+1}-a_n(n\in \boldsymbol{N}^*)$，求$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n．

19．2021 年 8 月国务院印发＜全民健身计划 2021－2025＞，＜计划＞中提出了各方面的主要任务，包括加大全民健身场地设施供给、广泛开展全民健身赛事活动、提升科学健身指导服务水平、激发体育社会组织活动、促进重点人群健身活动开展和营造全民健身社会氛围等．在各种健身的方式中，瑜伽逐渐成为一种新型的热门健身运动．某瑜伽馆在 9 月份随机采访了 100 名市民，对于是否愿意把瑜伽作为主要的健身方式作了调查．

	愿意	不愿意	合计
男性	25	25	50
女性	40	10	50．
合计	65	35	100

(1)能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“愿意把瑜伽作为主要健身方式”与性别有关?

附： $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

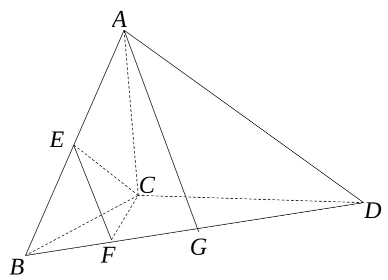
$P(k^2\geqslant x_0)$	0.100	0.050	0.010	0.005	0.001．
x_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

(2)为了推广全民健身，某市文化馆计划联合该瑜伽馆举办“瑜你一起”的公益活动，在全市范围内开设一期公益瑜伽课，先从上述参与调查的 100 人中选择“愿意”的人按分层抽样抽出 13 人，再从 13 人中随机抽取 2 人免费参加．市文化馆拨给瑜伽馆一定的经费补贴，补贴方案为：男性每人 1000 元，女性每人 500 元．求补贴金额的分布列及数学期望(四舍五入精确到元)．

20．如图，在四面体 $ABCD$ 中，已知$\triangle ABD$ 是边长为 2 的等边三角形，$\triangle BCD$ 是以点 C 为直角顶点的等腰直角三角形，E 为线段 AB 的中点，G 为线段 BD 的中点，F 为线段 BD 上的点．

(1)若 $AG//$平面 CEF，求线段 CF 的长；

(2)若二面角 $A-BD-C$ 的大小为 30°，求 CE 与平面 ABD 所成角的大小．



21．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(-2，0)$，$B(2，0)$，直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为$-\frac{1}{4}$，记动点 P 的轨迹为曲线 C．

(1)求曲线 C 的方程；

(2)若点 M 为曲线 C 上的任意一点(不含短轴端点)，点 $D(0，1)$，直线 AM 与直线 BD 交于点 Q，直线 DM 与 x 轴交于点 G，记直线 AQ 的斜率为 k_1，直线 GQ 的斜率为 k_2，求证：k_1-2k_2 为定值．

22．已知函数 $f(x)=\ln(e^x-1)-\ln x$．

(1)判断 $f(x)$的单调性，并说明理由；

(2)若数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=f(a_n)$，求证:对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，$a_n>a_{n+1}>\frac{1}{2^n}$.

苏州市2021~2022学年第一学期调研高三数学

一、选择题：

1． A【解析】由题意，$1-i+ai+a$ 为纯虚数，所以 $1+a=0$ 且 $a-1\neq0$，故 $a=-1$，故选 A.

2． B【解析】由题意，$A=\{3,4,5,6,7\}$，所以 $A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，故选 B.

3． A【解析】因为侧面展开图为半圆，所以底面半径 r 与母线长 l 的比值为 1∶2，又因为圆锥的高为$\sqrt{6}$，所以母线长 $l=2\sqrt{2}$，故选 A.

4．B【解析】因为$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$，所以"$AP=\frac{1}{2}BC$"是"P 为 BC 中点"的必要条件；而若$\triangle ABC$ 不为等腰直角三角形，则存在两个不重合的点使得 $AP=\frac{1}{2}$BC，所以"$AP=\frac{1}{2}BC$"不是"P 为 BC 中点"的充分条件，

5．C【解析】由题意得$\frac{S_6}{S_3}=4$，所以$\frac{6a_3+3d}{3a_3-3d}=4$，所以 $a_3=\frac{5}{2}d$，$a_6=\frac{11}{2}d$，所以所求答案为$\frac{5}{16}$，故选 C.

6．C【解析】四名同学全来自于同一年级的概率为$\frac{2}{(C_4^2)^2}=\frac{1}{18}$，所以四名同学不全来自于同一年级的概率为$\frac{17}{18}$，故选 C.

7．C【解析】A 选项，若 $b=5$，$a=7$，不等式不成立；B 选项，$a=2$，$b=\frac{1}{2}$，不等式不成立；D 选项，$a=10$，$b=5$，不等式不成立，故选 C，事实上，由切线不等式 $e^b>b+1$，$a-1>\ln a>0$，所以$\frac{b+1}{a-1}<\frac{e^b}{\ln a}$.

8． D【解析】不难发现，A，B 即为以 M 为圆心的圆与双曲线交点，当 $S_{\triangle MCD}$ 最大时，$\triangle MCD$ 为等腰直角三角形，设圆的方程为$(x-5)^2+y^2-m^2=0$，两条直线的方程为$(x-Ay+B)(x+Ay+B)=0$，又可表示为$\lambda(y^2-4x)+(x-5)^2+y^2-m^2=0$对比系数可得$B=-2\lambda-5$，$A=\sqrt{-1-\lambda}$，直线到点(5，0)的距离$d=\frac{-2\lambda}{\sqrt{-\lambda}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，解得 $\lambda=-\frac{9}{8}$，此时斜率 $k=2\sqrt{2}$，故选 D.

二、选择题：

9．BCD【解析】由对称性知$\overrightarrow{EH}\parallel\overrightarrow{FG}$，A 错误；由对称性知$\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BE}$，B 正确；$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EF}$，C 正确；注意到$\overrightarrow{EC}\perp\overrightarrow{DH}$，故$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{EH}-\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{DH}=0$，D 正确，故选 BCD.

10．AD【解析】A 显然正确； B 显然错误；取 $z_1=1$，$z_2=i$，则$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$，但 $z_1z_2\neq0$，C 错误；D 显然正确，故选 AD.

11．BC【解析】当 $a=0$ 时，$f'(x)=x^2\geqslant0$，$f(x)$无极值，A 错误，B 正确；令 $f(x)=0$，$a=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{x^2}$，令 $g(x)=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{x^2}$，$g(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，值域为 $\mathbf{R}$，故$\forall a\in\mathbf{R}$，$f(x)$在$(-\infty,0)$上有且仅有一个零点，C 正确，D 错误，故选 BC.

12．ACD【解析】当 5 个数分别为 1，1，1，3，4 时，满足条件，A 正确；若中位数为 3，则这 5 个数之和大于等于 3+3+3+1+1=11，B 错误；若这 5 个数中有一个数为 6，则方差大于等于 3.2，C 正确；若这 5 个数中有 3 个 2，则方差小于等于 0.4，D 正确，故选 ACD.

三、填空题：.

13．【答案】$a^{n-5}(a>1)$

14．【答案】$\sqrt{2}$

【解析】$d=\frac{\sqrt{2}}{2}(x+\sqrt{x}-\frac{3}{2}\ln x)$，设 $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(x+\sqrt{x}-\frac{3}{2}\ln x)$，$f'(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{3}{2x})$，令 $f'(x)=0$，$x=1$，此时 $f(x)_{\min}=\sqrt{2}$.

15．【答案】$\sqrt{5}$

【解析】由焦点三角形知 $2b-2a=2a$，$b=2a$，故 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{5}$.

16．【答案】$\frac{7}{6}$；$\frac{26\pi}{9}$

【解析】过 E 作 $EF\parallel B_1D$，与 AC 交于 F，则 V_2 等于三棱台 $AEF-A_1B_1D$ 的体积，故 $V_2=\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{3}S_{\triangle A_1B_1D}\cdot2BB_1=\frac{7}{6}$，显然，三棱柱外接球球心为平面 ACC_1A_1 面心 O，故 $R=\frac{1}{2}\sqrt{AC^2+AA_1^2}=\sqrt{3}$，过 O 作 $OH\perp DF$，则 $OH\perp$平面 B_1DEF，故 $d=OH=\frac{1}{2}\cdot\frac{AA_1(A_1D-AF)}{DF}=\frac{1}{3}$，故 $S=\pi(R^2-d^2)=\frac{26\pi}{9}$.

四、解答题：

17.解：(1)由条件 $b\sin\frac{B+C}{2}=a\sin B$ 得 $b\sin(90°-\frac{A}{2})=a\sin B$，所以 $b\cos\frac{A}{2}=a\sin B$，由正弦定理得 $\sin B\cos\frac{A}{2}=\sin A\sin B$，又$\triangle ABC$ 中，$\sin B\neq0$，所以 $\cos\frac{A}{2}=\sin A$，即 $2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}=\cos\frac{A}{2}$，又 $0<A<180°$，所以 $\cos\frac{A}{2}\neq0$，则 $\sin\frac{A}{2}=\frac{1}{2}$，所以 $A=60°$.

(2)由(1)得 $A=60°$，由条件$\angle ABM=\angle BAC$ 可知△ABM 为等边三角形，

若选①：$MC=2MB$，

不妨设 $MB=x$，$MC=2x$，

在$\triangle BCM$ 中由余弦定理得 $x^2+4x^2-4x^2\cos120°=a^2$，解得 $x=2$，

所以 $MA=MB=2$，$MC=4$，

$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{1}{2}AB\cdot AM\sin A+\frac{1}{2}MB\cdot MC\sin\angle BMC=3\sqrt{3}$；

若选②$\sin C=\frac{\sqrt{21}}{14}$：由正弦定理得$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，解得 $c=2$，

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，解得 $b=6$ (负值舍去)，

所以$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$；

若选③：$S_{\triangle ABM}=\sqrt{3}$，由等边三角形 ABM 的面积为$\sqrt{3}$，可得其边长为 2，

即 $c=AB=2$，由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，解得 $b=6$(负值舍去)，

所以$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$.

18．(1)证明：由 $a_n+a_{n+1}=4n+1$，$n=1$ 时，$a_1+a_2=5$，所以 $a_2=4$，

且 $a_{n+1}+a_{n+2}=4n+5$，

两式相减得 $a_{n+2}-a_n=4$，所以$\{a_n\}$是周期为 2 的"类周期等差数列"，且周期公差为 4，

所以 $a_{2022}=a_2+(2022-2)\div2\times4=4044$.

(2) 因为 $b_n=a_{n+1}-a_n$，

所以$\{b_n\}$的前 n 项和 $T_n=a_{n+1}-a_1$，

由(1)得$\{a_n\}$是周期为 2，周期公差为 4 的“类周期等差数列”，

所以当 n 为奇数时，$n+1$ 为偶数，$a_{n+1}=a_2+(n+1-2)\div 2\times 4=2n+2$，

所以 $T_n=2n+1$；

当 n 为偶数时，$n+1$ 为奇数，$a_{n+1}=a_1+(n+1-1)\div 2\times 4=2n+1$，

所以 $T_n=2n$；

综上，$T_n=\begin{cases}2n+1, & n=2k-1,\\ 2n, & n=2k,\end{cases}$ $k\in\mathbf{N}^*$.

19．解：(1)设 H_0：“愿意把瑜伽作为主要健身方式” 与性别无关．

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{100\times(250-1000)^2}{50\times50\times65\times35}\approx9.890>7.879,$$

则能在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“愿意把瑜伽作为主要健身方式”与性别有关．

答：能在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“愿意把瑜伽作为主要健身方式”与性别有关．

(2)从上述参与调查的 100 人中选择“愿意”的人按分层抽样抽出 13 人，

则有男性：$13\times\frac{25}{65}=5$ 人，女性：$13\times\frac{40}{65}=8$ 人，

设补贴金额为变量 X，则 X 的可能值为 1000，1500，2000．

$P(X=1000)=\frac{C_8^2}{C_{13}^2}=\frac{14}{39}$，$P(X=1500)=\frac{C_5^1C_8^1}{C_{13}^2}=\frac{20}{39}$，$P(X=2000)=\frac{C_5^2}{C_{13}^2}=\frac{5}{39}$

X	1000	1500	2000
P	$\frac{14}{39}$	$\frac{20}{39}$	$\frac{5}{39}$

$E(X)=1000\times\frac{14}{39}+1500\times\frac{20}{39}+2000\times\frac{5}{39}\approx1385$ 元

答：补贴金额的数学期望是 1385 元．

20．解：(1)由 $AG//$平面 CEF，$AG\subset$平面 ABD，平面 $CEF\cap$平面 $ABD=EF$，

得 $AG//EF$，又 E 为线段 AB 的中点，所以 F 是 BG 中点．

因为△ABD 是边长为 2 的等边三角形，G 为线段 BD 的中点，$AG\perp BD$，

△BCD 是以点 C 为直角顶点的等腰直角三角形，得 $FG=\frac{1}{2}$.

连结 CG，得 $CG\perp BD$ 且 $CG=1$．RT△CFG 中，$CF=\sqrt{CG^2+FG^2}=\frac{\sqrt5}{2}$.

(2)法 1:连 CG，在等边△ABD 中，G 为 BD 的中点，$AG\perp BD$，

△BCD 是以点 C 为直角顶点的等腰直角三角形，所以 $CG\perp BD$，

所以∠AGC 为二面角 $A-BD-C$ 的平面角，即∠$AGC=30°$，

过点 C 作 $CH\perp AG$，垂足为 H，连 EH．

$AG\perp BD$，$CG\perp BD$，$CG\cap AG=G$，CG，$AG\subset$平面 ACG，

所以 $BD\perp$平面 ACG，又因为 $CH\subset$面 ACG，所以 $BD\perp CH$，

又因为 $BD\cap AG=G$，BD，$AG\subset$平面 ABD，所以 $CH\perp$平面 ABD，

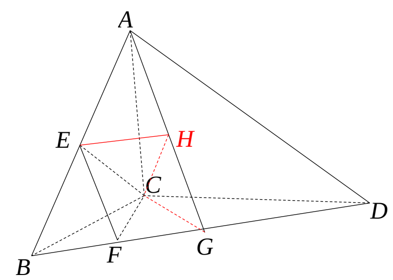
所以∠CEM 为 CE 与平面 ABD 所成的角，

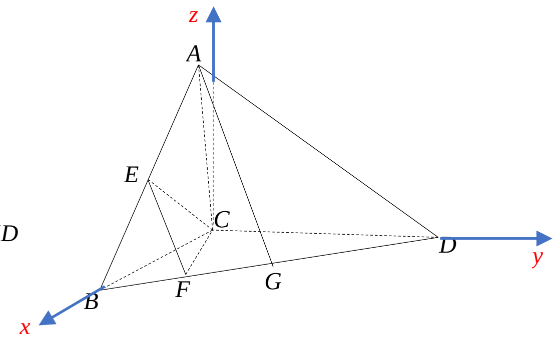
因为∠$AGC=30^o$，$CG=1$，所以 $CH=\frac{1}{2}$，$HG=\frac{\sqrt3}{2}$，

因为 $AG=\sqrt3$，所以 H 为线段 AG 的中点，

所以 $EH//BG$，所以 $EH=\frac{1}{2}$，所以∠$CEH=45^o$，

即 CE 与平面 ABD 所成角 45^o.





法 2：$CG\perp BD$，$AG\perp BD$，作 $AH\perp$面 AGC，垂足为 H，

由二面角 $A-BD-C$ 的大小为 30°，得∠AGH 为二面角 $A-BD-C$ 的平面角，∠$AGH=30°$，

易求 $HG=\frac{3}{2}$，在 AG 上取 Q 点，使 $AQ=\frac{1}{3}AG$，连接 CQ，以 C 为坐标原点，分别以 CB，CD，CQ 为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系．

则 $C(0,0,0)$，$B(\sqrt2,0,0)$，$D(0,\sqrt2,0)$，$A(-\frac{\sqrt2}{4},-\frac{\sqrt2}{4},\frac{\sqrt3}{2})$，

$E(\frac{3\sqrt2}{8},-\frac{\sqrt2}{8},\frac{\sqrt3}{4})$，$\overrightarrow{AD}=(\frac{\sqrt2}{4},\frac{5\sqrt2}{4},-\frac{\sqrt3}{2})$

设面 ABD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0.\end{cases}$ 令 $x=1$，则 $y=1$，$z=\sqrt6$，

所以一个法向量 $\boldsymbol{n}=(1,1,\sqrt6)$，

$$\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{CE}>=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{CE}|}=\frac{\frac{3\sqrt2}{8}-\frac{\sqrt2}{8}+\frac{3\sqrt2}{4}}{\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{1+1+6}}=\frac{\sqrt2}{2},$$

则$<\boldsymbol{n},\overrightarrow{CE}>=45^o$，所以 CE 与平面 ABD 所成角 45^o.

21．解:设 $P(x,y)$，则直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为 $\frac{y}{x+2}\cdot\frac{y}{x-2}=-\frac{1}{4}$，且 $x\neq\pm2$，

所化简得 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，且 $x\neq\pm2$，

所以曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，且 $x\neq\pm2$.

(2)设 $M(x_0,y_0)$，则 $DM:y=\frac{y_0-1}{x_0}x+1$，令 $y=0$，则 $x=\frac{-x_0}{y_0-1}$，所以 $G(\frac{-x_0}{y_0-1},0)$，

$AM:y=\frac{y_0}{x_0+2}(x+2)$，$BD:y=-\frac{1}{2}x+1$，

所以 Q 点坐标满足 $\begin{cases}y=\frac{y_0}{x_0+2}(x+2),\\ y=-\frac{1}{2}x+1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{2x_0-4y_0+4}{x_0+2y_0+2},\\ y=\frac{4y_0}{x_0+2y_0+2}.\end{cases}$ 所以 $Q(\frac{2x_0-4y_0+4}{x_0+2y_0+2},\frac{4y_0}{x_0+2y_0+2})$，

所以 $k_2=\dfrac{\frac{4y_0}{x_0+2y_0+2}}{\frac{2x_0-4y_0+4}{x_0+2y_0+2}+\frac{x_0}{y_0-1}}=\frac{4y_0(y_0-1)}{(2x_0-4y_0+4)(y_0-1)+x_0(x_0+2y_0+2)}$

$=\frac{4y_0(y_0-1)}{x_0^2-4y_0^2+4x_0y_0+8y_0-4}=\frac{4y_0(y_0-1)}{-8y_0^2+4x_0y_0+8y_0}=\frac{y_0-1}{-2y_0+x_0+2}$，

所以 $k_1-2k_2=\frac{y_0}{x_0+2}+2\frac{y_0-1}{2y_0-x_0-2}=\frac{y_0(2y_0-x_0-2)+2(x_0+2)(y_0-1)}{(x_0+2)(2y_0-x_0-2)}$

$=\frac{2y_0^2+x_0y_0-2x_0-4}{-x_0^2+2x_0y_0-4x_0-4}=\frac{2y_0^2+x_0y_0-2x_0-4}{4y_0^2+2x_0y_0-4x_0-8}=\frac{1}{2}$，　所以 k_1-2k_2 为定值 $\frac{1}{2}$.

22．解:(1)法 1:$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，

$f(x)=\ln(e^x-1)-\ln x=\ln\frac{e^x-1}{x}$，令 $g(x)=\frac{e^x-1}{x}$，$x>0$，则 $g'(x)=\frac{(x-1)e^x+1}{x^2}$，

令 $h(x)=(x-1)e^x+1$，$x>0$，则 $h'(x)=xe^x>0$，

所以 $h(x)=(x-1)e^x+1$ 在$(0,+\infty)$上单调递增，所以 $x>0$ 时，$h(x)=(x-1)e^x+1>h(0)=0$，

所以 $g'(x)>0$，所以 $g(x)=\frac{e^x-1}{x}$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

法 2:$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，

$f'(x)=\frac{e^x}{e^x-1}-\frac{1}{x}=\frac{(x-1)e^x+1}{x(e^x-1)}$，同法 1 可证得 $f'(x)>0$，所以 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

(2)设 $n(x)=e^x-1-x$，$x>0$，则 $n'(x)=e^x-1>0$，

所以 $n(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以 $x>0$ 时 $n(x)>0$，

所以 $x>0$ 时，$f(x)=\ln(e^x-1)-\ln x>\ln x-\ln x=0$，故 $a_{n+1}=f(a_n)>0$，

$a_1=1$，所以 $a_2=f(a_1)=f(1)=\ln(e-1)\in(0,1)$，

所以 $a_2<a_1$，由(1)知 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以 $f(a_2)<f(a_1)$，即 $a_3<a_2$，

以此类推，则有 $a_{n+1}<a_n$，所以 $0<a_{n+1}<a_n$，

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\ln(e^{a_n}-1)-\ln a_n}{a_n}$. $\frac{a_{n+1}}{a_n}>\frac{1}{2}\Leftrightarrow a_ne^{\frac{a_n}{2}}>e^{a_n}-1$，

只需证明 $0<x<1$ 时，$xe^{\frac{x}{2}}>e^x-1$，

设 $k(x)=xe^{\frac{x}{2}}-e^x+1$，$x\in(0,1)$,则 $k'(x)=e^{\frac{x}{2}}+\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}-e^x=e^{\frac{x}{2}}(1+\frac{x}{2}-e^{\frac{x}{2}})<0$,

所以 $k(x)$在$(0,1)$上单调递减，所以 $k(x)>k(0)=0$,

故 $0<x<1$ 时，$xe^{\frac{x}{2}}>e^x-1$ 成立，所以 $a_ne^{\frac{a_n}{2}}>e^{a_n}-1$，

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}>\frac{1}{2}$，故 $a_{n+1}>\frac{1}{2}a_n$，所以 $a_{n+1}>\frac{1}{2}a_n>(\frac{1}{2})^2a_{n-1}>\cdots>\frac{1}{2^n}$.

综上，对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，$a_n>a_{n+1}>\frac{1}{2^n}$.