

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科导学案

数学限时训练（四）讲评

研制人：陈宏强

审核人：李峰

班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 授课日期：2021.11.04

学习目标

1. 三角形中的边角关系的探究，以及角平分线、中线问题的求解策略；
2. 利用导数解决函数的单调性、极值问题的能力的培养。

学习内容

导练 1: 12 (多选) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a = 2$ ， $\sin B = 2\sin C$ ，则以下四个命题中正确的是 ()

A. 满足条件的 $\triangle ABC$ 不可能是直角三角形

B. $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\frac{4}{3}$

C. 当 $A=2C$ 时， $\triangle ABC$ 周长为 $2+3\sqrt{3}$

D. 当 $A=2C$ 时，若 O 为 $\triangle ABC$ 的内心，则 $\triangle AOB$ 面积为 $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$

导思 1: 对于四个选项中，哪几个三角形是确定的？哪几个三角形不确定？你是如何判断的？

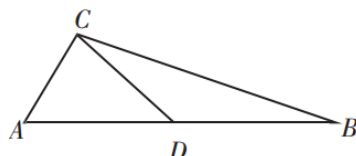
导思 2: 对于不确定的三角形，你是如何研究的？确定的三角形呢？

反思感悟:

导练 2: 20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $c > a > b$ ， $2a \sin C - \sqrt{3}c = 0$ 。

(1) 求角 A 的大小；

(2) 已知 $AB = 2$ ， D 为 AB 的中点，且 $CD^2 = ab$ ，求 $\triangle ABC$ 面积。



导思 1: 对于三角形的中线，你一般是如何处理的？你还知道其它的处理办法吗？

导思 2: “ $CD^2 = ab$ ” 这个条件有何用途？你是如何突破的？

反思感悟:

导练 3: 8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $e^x(f'(x) + 2f(x)) = \sqrt{x}$ ， $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}e}$ ，若对满足 $ab = 32e$

的任意正数 a, b 都有 $f(2^x) < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，则 x 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

导思 1: 你做过类似的题吗？有何相似之处？有何不同？你是怎么处理的？

导思 2: 根据条件，你构造了怎样的函数？你需要研究该函数的哪些性质？有困难吗？

反思感悟:

导练 4: 22. 已知函数 $f(x) = x \ln x - \frac{1}{2} kx^2 - x$, $g(x) = \ln x - kx$, $0 < k < \frac{1}{e}$.

(1) 判断函数 $g(x)$ 的零点个数;

(2) 求证: $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $\frac{f(x_1)}{x_1} + \frac{f(x_2)}{x_2} > -1$.

导思 1: $g(x)$ 的零点个数的判断, 有哪些办法? 需要注意些什么?

导思 2: 要证明的不等式中, 涉及到哪几个字母? 它们之间有关系吗? 你是如何利用这些关系的?

反思感悟:

课堂小结

补偿训练

1. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2+x) = f(2-x)$, 且当 $x > 2$ 时, 有

$xf'(x) + f(x) > 2f'(x)$, 若 $f(1) = 1$, 则不等式 $f(x) < \frac{1}{x-2}$ 的解集是 ()

A. $(2, 3)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, 2) \cup (2, 3)$ D. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

2. (多选) 在 $\triangle ABC$ 中, D 在线段 AB 上, 且 $AD = 5$, $BD = 3$, 若 $CB = 2CD$, $\cos \angle CDB = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 ()

A. $\sin \angle BCD = \frac{3}{10}$ B. $\triangle ABC$ 的面积为 8 C. $\triangle ABC$ 的周长为 $8 + 4\sqrt{5}$ D. $\triangle ABC$ 为钝角三角形

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $2b \sin C \cos A + a \sin A = 2c \sin B$.

(1) 证明: $\triangle ABC$ 为等腰三角形;

(2) 若 D 为 BC 边上的点, $BD = 2DC$, 且 $\angle ADB = 2\angle ACD$, $a = 3$, 求 b 的值.

4. 已知函数 $f(x) = e^x - ax$.

(1) 当 $a > 0$ 时, 设函数 $f(x)$ 的最小值为 $g(a)$, 证明: $g(a) \leq 1$;

(2) 若函数 $h(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 证明: $h(x_1) + h(x_2) > 2$.