江苏省仪征中学2021届高三数学周三练习10.14

一．单选题（每题5分）

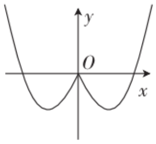
1．已知集合$P=\{x|1<x<3\},Q=\{y|2<y<4\}$，则$P\cup Q=$（　　）

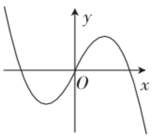
A．$\{x|1<x<2\}$　　B．$\{x|2<x<3\}$　　C．$\{x\,|\,1<x<4\,|\}$　　D．$\varnothing$

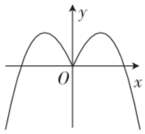
2．复数$z=2+3i$（i为虚数单位），则复数$|z|+\overline{z}$的虚部为（　　）

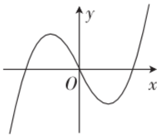
A．2　　B．3　　C．-3　　D．$-3i$

3．函数$y=-2x\cos x$的部分图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

4．“空间三个平面α,β,γ两两相交”是“三个平面的三条交线互相平行”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．已知$m>n>0,a>0$且$a\neq 1$，设$M=a^m+a^{-m},N=a^n+a^{-n}$，则（　　）

A．$M>N$　　B．$M=N$　　C．$M<N$　　D．$(M-N)(a-1)>0$

6. 某网店出售一种饼干，共有草莓味、巧克力味、香蕉味、香芋味四种口味，一位顾客在该店购买了两袋这种饼干，“口味”选择“随机派送”，则这位顾客买到的两袋饼干是同一种口味的概率是

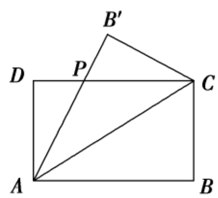
A．$\dfrac{1}{16}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{2}{5}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

7.设函数$f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>0,\\ \log_{\frac{1}{2}}(-x), x<0\end{cases}$若$f(a)>f(-a)$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$(-1,0)\cup(0,1)$　　B．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

C．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)\cup(0,1)$

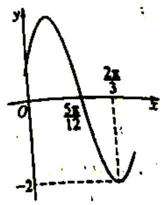
8.某制冷设备厂设计生产一种长方形薄板，如图所示，长方形$ABCD$的周长为4，沿AC将$\triangle ABC$翻折，使点B落到点B'的位置，AB'交DC于点P.研究发现当$\triangle ADP$的面积最大时最节能，则最节能时$\triangle ADP$的面积为　　（　　）

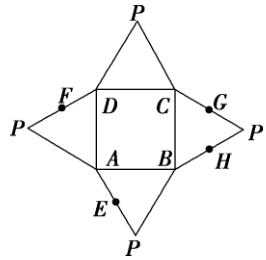


A．$2\sqrt{2}-2$　　B．$3-2\sqrt{2}$　　C．$2-\sqrt{2}$　　D．2

二．多选题（每题 5 分）

9.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$(其中 $A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\pi$)的部分图像如图所示，则下列结论正确的是（　　）





A.函数 $f(x)$的图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称

B.函数 $f(x)$的图像关于直线点$(-\dfrac{\pi}{12}$，$0)$对称

C.函数 $f(x)$在区间$[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}]$上单调递增

D.函数 $y=1$ 与 $y=f(x)(-\dfrac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant\dfrac{23\pi}{12})$的图像的所有交点的横坐标之和为$\dfrac{8\pi}{3}$

10.如图是一几何体的平面展开图，其中 *ABCD* 为正方形，其他三角形均为正三角形，且 *E*，*F*，*G*，*H* 分别为 *PA*，*PD*，*PC*，*PB* 的中点．在此几何体中，正确的结论是：（　　）

A．直线 *EF*∥平面 *PBC*；　　　　B．直线 *EF*∥平面 *BDG*.

C.二面角 E-PH-G 的余弦值为$-\dfrac{1}{3}$　　D．二面角 E-PH-G 的余弦值为$\dfrac{1}{3}$

11.已知集合 $M=\{(x，y)|y=f(x)\}$，若对于$\forall(x_1，y_1)\in M$，$\exists(x_2，y_2)\in M$，使得 $x_1x_2+y_1y_2=0$ 成立，则称集合 M 是“互垂点集”。给出下列四个集合：

$M_1=\{(x，y)|y=x^2+1\}$；　　$M_2=\{(x，y)|y=\sqrt{x+1}\}$；　$M_3=\{(x，y)|y=e^x\}$；　$M_4=\{(x，y)|y=\sin x+1\}$。

其中是“互垂点集”集合的为　　　　　　　　　　　（　　）

A.M_1　　B.M_2　　C.M_3　　D.M_4

12.已知函数 $f(x)$满足：当$-3\leqslant x<0$ 时，$f(x)=e^x(x+1)$，下列命题正确的是（　　）

A.若 $f(x)$是偶函数，则当 $0<x\leqslant 3$ 时，$f(x)=e^x(x+1)$

B.若 $f(-3-x)=f(x-3)$，则 $g(x)=f(x)+\dfrac{2}{e^3}$ 在 $x\in(-6，0)$上有 3 个零点

C.若 $f(x)$是奇函数，则$\forall x_1，x_2\in[-3，3]$，$|f(x_1)-f(x_2)|<2$

D.若 $f(x+3)=f(x)$，$[f(x)]^2-kf(x)=0$ 在 $x\in[-3，3]$上有 6 个不同的根，则 k 的范围为$-\dfrac{1}{e^2}<k<-\dfrac{2}{e^3}$

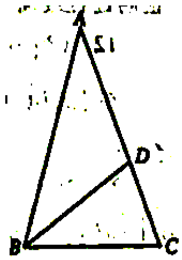
三．填空题

13. 已知角 α 的顶点在坐标原点,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边经过点 $P\left(-\dfrac{3}{4},\dfrac{\sqrt{7}}{4}\right)$,则 $\cos 2\alpha=$______.

14．若 $(x-2)^{10}=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{10}(x-1)^{10}$，则 a_9 等于________________.

15．已知在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M,N,P 分别是棱 CC_1,C_1D_1,A_1D_1 的中点，则过点 M,N,P 的平面截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的平面多边形的周长为________.

16.顶角为 36°的等腰三角形称为“黄金三角形”，黄金三角形看起来标准又美观，如图所示，△ABC 是黄金三角形，AB＝AC，作∠ABC 的平分线交 AC 于点 D，若 BC＝1，则 AB＝______；借助黄金三角形可计算 sin234°＝___________。(本题第一空 2 分，第二空 3 分)



四．解答题（其中第 17 题 10 分，其他每题 12 分）

17.在△ABC 中，B＝$\dfrac{\pi}{3}$，b＝$\sqrt{7}$，选择①(或②或③)，求 BC 边上的高。

从①sinA＝$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，②sinA＝3sinC，③a－c＝2 这三个条件中任选一个，补充在上面问题中，并作答。

18. 已知函数 $f(x)=\log_2(|2x-1|+|x+2|-a)$

（1）当 a=4 时，求函数 f（x）的定义域；　（2）若对任意的 $x\in R$，都有 f（x）≥2 成立，求实数 a 的取值范围.

19.已知函数 f(x)＝sinx・cos(x－$\dfrac{\pi}{6}$)＋cos²x－$\dfrac{1}{2}$。

(1)当 x∈[－π，π]时，求出函数 f(x)的最大值，并写出对应的 x 的集合；

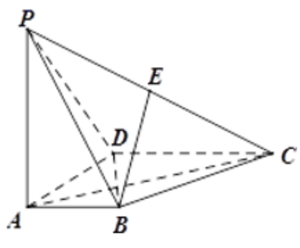
(2)在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 f(A)＝$\dfrac{1}{2}$，b＋c＝3，求 a 的最小值。

20. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AD\perp AB$，$AB//DC$，$AD=DC=AP=2$，$AB=1$，点 E 为棱 PC 的中点.

（1）证明：$BE\perp DC$；

（2）求直线 BE 与平面 PBD 所成角的正弦值；

（3）若 F 为棱 PC 上一点，满足 $BF\perp AC$，求二面角 $F-AB-P$ 的余弦值.



21.某奶茶店为了解冰冻奶茶销售量与气温之间的关系，随机统计并制作了某 5 天卖出冰冻奶茶的杯数 y 与当天气温 x 的对照表：

温度 x/℃	15	20	25	30	35
冰冻奶茶杯数 y/十杯	5	7	9	8	10

(1)画出散点图；

(2)求出变量 x，y 之间的线性回归方程；若该奶茶店制定某天的销售目标为 11 杯，当该天的气温是 38℃时，该奶茶店能否完成销售目标?

注：线性回归方程 y ＝bx＋a 的系数计算公式：$b=\dfrac{n\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i)(\sum\limits_{i=1}^{n}y_i)}{n\sum\limits_{i=1}^{n}{x_i}^2-(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i)^2},a=\overline{y}-b\overline{x}$ 。

(参考数据：125^2＝15625，$15^2+20^2+25^2+30^2+35^2$＝3375)

22.设函数 f(x)＝$x\ln x$，$g(x)$＝$\dfrac{1}{2}tx^2$ 。

(1)若 $x_1>x_2>0$ 时，总有 $\dfrac{m}{2}({x_1}^2-{x_2}^2)>f(x_1)-f(x_2)$恒成立，求实数 m 的取值范围。

(2)若 f(x)与 g(x)的图像存在关于原点对称的点，求 t 的取值范围

周三练 10.14 答案

1.C　2.C　3.D　4.B　5.A　6.B　7.C　8.B

9. BCD　10.AC　11.BD　12.BCD

13. $\frac{1}{8}$　14. -10　15. $6\sqrt{2}$　16. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}, -\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

17 **规范解答**　选择①，在△ABC中，由正弦定理得$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

即$\frac{a}{\frac{\sqrt{21}}{7}}=\frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，解得$a=2$.　(4分)

由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

即$(\sqrt{7})^2=2^2+c^2-2\times2\times c\times\frac{1}{2}$，

化简得$c^2-2c-3=0$，解得$c=3$或$c=-1$(舍去)，

所以BC边上的高为$h=c\sin B=3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.　(12分)

选择②，在△ABC中，由正弦定理得$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

又因为$\sin A=3\sin C$，所以$\frac{a}{3\sin C}=\frac{c}{\sin C}$，即$a=3c$.　(4分)

由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

即$(\sqrt{7})^2=(3c)^2+c^2-2\times3c\times c\times\frac{1}{2}$，

化简得$7c^2=7$，解得$c=1$或$c=-1$(舍去)，

所以BC边上的高为$h=c\sin B=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.　(12分)

选择③，在△ABC中，由$a-c=2$，得$a=c+2$.　(4分)

由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

即$(\sqrt{7})^2=(c+2)^2+c^2-2\times(c+2)\times c\times\frac{1}{2}$，

化简得$c^2+2c-3=0$，解得$c=1$或$c=-3$(舍去)，

所以BC边上的高为$h=c\sin B=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.　(12分)

18.【答案】(1)$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$；(2)$(-\infty,-\frac{3}{2}]$

【解析】(1)当$a=4$时，要使函数式有意义，则

$|2x-1|+|x+2|>4$，分类讨论如下：

①当 $x \geq \frac{1}{2}$ 时，2x－1+x+2＞4，解得 x＞1；

②当 $-2 \leq x < -\frac{1}{2}$ 时，1－2x+x+2＞4，解得－2≤x＜－1；

③当 x＜—2 时，1—2x—x—2＞4，解得 x＜－2，

综合以上讨论得，x∈（—∞，—1）∪（1，+∞）；

（2）∵f（x）≥2 恒成立，

∴|2x—1|+|x+2|—a＞4 恒成立，

分离参数 a 得，a＜|2x—1|+|x+2|—4，

所以，$a \leq [|2x-1|+|x+2|-4]_{min}$，

记 g（x）=|2x—1|+|x+2|—4，

分析可知，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$g(x)_{\min}=-\frac{3}{2}$，

所以，实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-\frac{3}{2}]$.

19.

（1）函数 $f(x)=\sin x\cdot\cos(x-\frac{\pi}{6})+\cos^2 x-\frac{1}{2}$

$=\sin x(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x)+cos^2 x-\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x+\frac{1}{2}\cos^2 x$

$=\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x)+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{4}$ 2 分

∵ $x\in[-\pi,\pi]$，所以 $-\frac{11}{6}\pi\leq 2x+\frac{\pi}{6}\leq\frac{13}{6}\pi,\therefore -1\leq\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leq 1$，4 分

当 $2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{3}{2}\pi$ 或 $\frac{\pi}{2}$ 即 $x\in\{-\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}\}$ 时，函数 $f(x)$ 取最大值 $\frac{3}{4}$. . 6 分

（2）由题意 f（A）$=\frac{1}{2}\sin(2A+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$，化简得 $\sin(2A+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，$\because A\in(0,\pi)$，

$\therefore 2A+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{13\pi}{6})$，$\therefore 2A+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$，解得 $A=\frac{\pi}{3}$. 8 分

在 ΔABC 中，根据余弦定理，得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\frac{\pi}{3}=(b+c)^2-3bc$.

由 $b+c=3$，知 $bc\le(\frac{b+c}{2})^2=\frac{9}{4}$，即 $a^2\ge\frac{9}{4}$. . 10 分

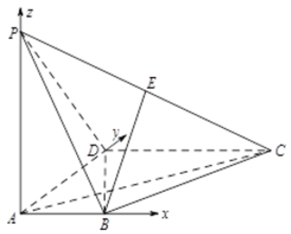
$\therefore$ 当 $b=c=\frac{3}{2}$ 时，a 取最小值为 $\frac{3}{2}$. ..12 分

20.【答案】(1) 证明见解析；(2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$；(3) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

【解析】依题意，以点 E 为原点建立空间直角坐标系（如图），

可得 $B(1,0,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，

由点 E 为棱 PC 的中点，得 $E(1,1,1)$，



（1）向量 $\overrightarrow{BE}=(0,1,1)$，$\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$，故 $\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{DC}=0$，$\therefore BE\perp CD$.

（2）向量 $\overrightarrow{BD}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{PB}=(1,0,-2)$，

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 为平面 PBD 的法向量，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-x+2y=0\\ x-2z=0\end{cases}$，

不妨令 $z=1$，可得 $\boldsymbol{n}=(2,1,1)$ 为平面 PBD 的一个法向量，

于是有 $\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{BE}>=\frac{\boldsymbol{n}\times\overrightarrow{BE}}{|\boldsymbol{n}|\times|\overrightarrow{BE}|}=\frac{2}{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$ 直线 BE 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

（3）$\overrightarrow{CP}=(-2,-2,2)$，$\overrightarrow{AC}=(2,2,0)$，$\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$，

由点 F 在棱 PC 上，故 $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BC}+l\overrightarrow{CP}=(1-2l,2-2l,2l)$，

由 $BF\perp AC$，得 $2(1-2l)+2(2-2l)=0$，解得 $l=\dfrac{3}{4}$，即 $\overrightarrow{BF}=(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2})$，

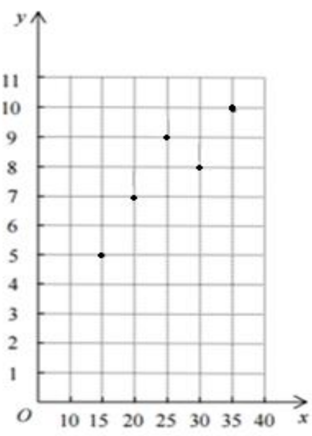
设 $\boldsymbol{n}_1=(x,y,z)$ 为平面 ABF 的法向量，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BF}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x=0\\ -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}y+\dfrac{3}{2}z=0\end{cases}$，

不妨令 $z=1$，可得 $\boldsymbol{n}_1=(0,-3,1)$ 为平面 ABF 的一个法向量，

取平面 PAB 的法向量 $\boldsymbol{n}_2=(0,1,0)$，则 $\cos<\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2>=\dfrac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\boldsymbol{n}_2|}=\dfrac{-3}{\sqrt{10}}=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

易知，二面角 $F-AB-P$ 是锐角，∴其余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

21. （1）散点图如图所示：



2 分

（2）$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=15\times5+20\times7+25\times9+30\times8+35\times10=1030$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i=15+20+25+30+35=125$，$\left(\sum\limits_{i=1}^{5}x_i\right)^2=125^2=15625$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}y_i=5+7+9+8+10=39$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=15^2+20^2+25^2+30^2+35^2=3375$，. . 7 分

所以$b=\dfrac{5\sum_{i=1}^{5}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{5}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{5}y_i\right)}{5\sum_{i=1}^{5}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{5}x_i\right)^2}=\dfrac{5\times1030-125\times39}{5\times3375-15625}=\dfrac{11}{50}$. . 8 分

$a=\overline{y}-b\overline{x}=\dfrac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}y_i-\dfrac{11}{50}\times\dfrac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_i=\dfrac{1}{5}\times39-\dfrac{11}{50}\times\dfrac{1}{5}\times125=\dfrac{23}{10}$ 9 分

故所求线性回归方程$\hat{y}=\dfrac{11}{50}x+\dfrac{23}{10}$ 10 分

当$x=38$时，$\hat{y}=\dfrac{11}{50}\times38+\dfrac{23}{10}=\dfrac{533}{50}<11$，. 11 分

所以当该天的气温是$38^{\circ}C$时，该奶茶店不能完成销售目标. . 12 分

22. （1）对于$\dfrac{m}{2}(x_1^2-x_2^2)>f(x_1)-f(x_2)$可化为$f(x_2)-\dfrac{m}{2}x_2^2>f(x_1)-\dfrac{m}{2}x_1^2$，

令$\varphi(x)=f(x)-\dfrac{m}{2}x^2$.

因为$x_1>x_2>0$，

所以$\varphi(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，

所以$\varphi'(x)=1+\ln x-mx\le0$在$(0,+\infty)$上恒成立，

即$m\ge\dfrac{1+\ln x}{x}$，

又$g(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$在$(0,1)$单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，

所以$g(x)$的最大值$g(1)=1$，

所以$m\ge1$．即实数m的取值范围是$[1,+\infty)$.

(2) f(x)与 g(x)的图像存在关于原点对称的点即

$x\ln x=-\dfrac{1}{2}tx^2$在$(0,+\infty)$有解，即

$\dfrac{1}{2}t=-\dfrac{\ln x}{x}$在$(0,+\infty)$有解

设$\varphi(x)=-\dfrac{\ln x}{x}(x>0)$

$\varphi'(x)=\dfrac{\ln x-1}{x^2}$

$x\in(0,e),\varphi'(x)<0,\varphi(x)$是减

$x\in(e,+\infty),\varphi'(x)>0,\varphi(x)$是增

$\therefore \varphi(x)_{\min} = \varphi(e) = -\frac{1}{e}$

$\therefore \frac{1}{2}t \geq -\frac{1}{e}$

即 $t \geq -\frac{2}{e}$