三角函数

一、任意角、弧度制及任意角的三角函数

1．任意角

(1)角的概念的推广

①按旋转方向不同分为正角、负角、零角．

$$\text{任意角}\begin{cases}\text{正角:按逆时针方向旋转形成的角}\\\text{负角:按顺时针方向旋转形成的角}\\\text{零角:不作任何旋转形成的角}\end{cases}$$

②按终边位置不同分为象限角和轴线角．

角α的顶点与原点重合，角的始边与x轴的非负半轴重合，终边落在第几象限，则称α为第几象限角．

第一象限角的集合为$\left\{\alpha\middle|k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+90^\circ,k\in Z\right\}$

第二象限角的集合为$\left\{\alpha\middle|k\cdot360^\circ+90^\circ<k\cdot360^\circ+180^\circ,k\in Z\right\}$

第三象限角的集合为$\left\{\alpha\middle|k\cdot360^\circ+180^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+270^\circ,k\in Z\right\}$

第四象限角的集合为$\left\{\alpha\middle|k\cdot360^\circ+270^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+360^\circ,k\in Z\right\}$

终边在x轴上的角的集合为$\left\{\alpha\middle|\alpha=k\cdot180^\circ,k\in Z\right\}$

终边在y轴上的角的集合为$\left\{\alpha\middle|\alpha=k\cdot180^\circ+90^\circ,k\in Z\right\}$

终边在坐标轴上的角的集合为$\left\{\alpha\middle|\alpha=k\cdot90^\circ,k\in Z\right\}$

(2)终边与角α相同的角可写成$\alpha+k\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$．终边与角$\alpha$相同的角的集合为$\left\{\beta\middle|\beta=k\cdot360^\circ+\alpha,k\in Z\right\}$

(3)弧度制

①1 弧度的角：把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角．

②弧度与角度的换算：$360^\circ=2\pi$弧度；$180^\circ=\pi$弧度．

③半径为r的圆的圆心角α所对弧的长为l，则角α的弧度数的绝对值是$|\alpha|=\dfrac{l}{r}$

④若扇形的圆心角为$\alpha(\alpha\text{为弧度制})$，半径为$r$，弧长为$l$，周长为$C$，面积为$S$，则$l=r|\alpha|$，$C=2r+l$，

$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}|\alpha|r^2$．

2．任意角的三角函数定义

设α是一个任意角，角α的终边上任意一点$P(x，y)$，它与原点的距离为$r\left(r=\sqrt{x^2+y^2}\right)$，那么角$\alpha$的正弦、余弦、正切分别是：$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$．**（三角函数值在各象限的符号规律概括为：一全正、二正弦、三正切、四余弦）**

3．特殊角的三角函数值

角度 函数	0	30	45	60	90	120	135	150	180	270	360
角 a 的弧度	0	π/6	π/4	π/3	π/2	2π/3	3π/4	5π/6	π	3π/2	2π
sina	0	1/2	√2/2	√3/2	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1	0
cosa	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	0	1
tana	0	√3/3	1	√3		-√3	-1	-√3/3	0		0

二、同角三角函数的基本关系与诱导公式

A. 基础梳理

1．同角三角函数的基本关系

(1)平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$；（在利用同角三角函数的平方关系时，若开方，要特别注意判断符号）

(2)商数关系：$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$.　（3）倒数关系：$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$

2．诱导公式

公式一：$\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$，$\cos(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$，$\tan(\alpha+2k\pi)=\tan\alpha$　其中 $k\in\mathbf{Z}$.

公式二：$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$，$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$，$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha$.

公式三：$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$，$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$，$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$.

公式四：$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$，$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$，$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$.

公式五：$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$.

公式六：$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$.

诱导公式可概括为 $k\cdot\dfrac{\pi}{2}\pm\alpha$ 的各三角函数值的化简公式．**口诀：奇变偶不变，符号看象限．**其中的奇、偶是指$\dfrac{\pi}{2}$的奇数倍和偶数倍，变与不变是指函数名称的变化．若是奇数倍，则函数名称要变(正弦变余弦，余弦变正弦)；若是偶数倍，则函数名称不变，符号看象限是指：把 α 看成锐角时，根据 $k\cdot\dfrac{\pi}{2}\pm\alpha$ 在哪个象限判断原三角函数值的符号，最后作为结果符号．

B. 方法与要点

一个口诀

1、诱导公式的记忆口诀为：奇变偶不变，符号看象限．

2、四种方法

在求值与化简时，常用方法有：

(1)弦切互化法：主要利用公式 $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$化成正、余弦．

(2)和积转换法：利用$(\sin\theta\pm\cos\theta)^2=1\pm2\sin\theta\cos\theta$ 的关系进行变形、转化．

（$\sin\alpha+\cos\alpha$、$\sin\alpha-\cos\alpha$、$\sin\alpha\cos\alpha$ 三个式子知一可求二）

(3)巧用“1”的变换：$1=\sin^2\theta+\cos^2\theta=\sin\dfrac{\pi}{2}=\tan\dfrac{\pi}{4}$

（4）齐次式化切法：已知$\tan\alpha = k$，则$\dfrac{a\sin\alpha + b\cos\alpha}{m\sin\alpha + n\cos\alpha} = \dfrac{a\tan\alpha + b}{m\tan\alpha + n} = \dfrac{ak + b}{mk + n}$

三、三角函数的图像与性质

学习目标：

1 会求三角函数的定义域、值域

2 会求三角函数的周期 ：定义法，公式法，图像法（如$y = |\sin x|$与$y = |\cos x|$的周期是π）。

3 会判断三角函数奇偶性

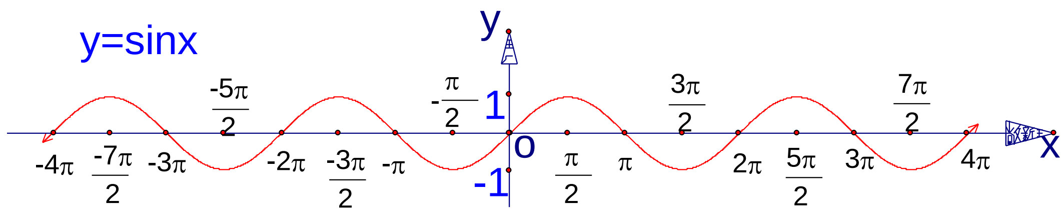
4 会求三角函数单调区间

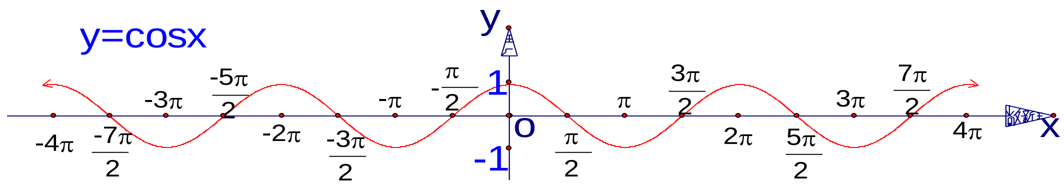
5 知道三角函数图像的对称中心，对称轴

6 知道$y = A\sin(\omega x + \varphi)$，$y = A\cos(\omega x + \varphi)$，$y = A\tan(\omega x + \varphi)$的简单性质

（一） 知识要点梳理

1、正弦函数和余弦函数的图象：正弦函数$y = \sin x$和余弦函数$y = \cos x$图象的作图方法：五点法：先取横坐标分别为 0，$\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$的五点，再用光滑的曲线把这五点连接起来，就得到正弦曲线和余弦曲线在一个周期内的图象。





2、正弦函数$y = \sin x(x \in R)$、余弦函数$y = \cos x(x \in R)$的性质：

（1）定义域：都是 R。

（2）值域：都是$[-1, 1]$，

对$y = \sin x$，当$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}(k \in Z)$时，$y$取最大值 1；当$x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}(k \in Z)$时，$y$取最小值－1；

对$y = \cos x$，当$x = 2k\pi(k \in Z)$时，y取最大值 1，当$x = 2k\pi + \pi(k \in Z)$时，y取最小值－1。

（3）周期性：$y = \sin x$，$y = \cos x$的最小正周期都是2π；

（4）奇偶性与对称性：

①正弦函数$y = \sin x(x \in R)$是奇函数，对称中心是$(k\pi, 0)(k \in Z)$，对称轴是直线$x = k\pi + \frac{\pi}{2}(k \in Z)$；

②余弦函数$y = \cos x(x \in R)$是偶函数，对称中心是$\left(k\pi + \frac{\pi}{2}, 0\right)(k \in Z)$，对称轴是直线$x = k\pi(k \in Z)$；（正（余）弦型函数的对称轴为过最高点或最低点且垂直于x轴的直线，对称中心为图象与x轴的交点）。

（5）单调性：

$y = \sin x$在$\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right](k \in Z)$上单调递增，在$\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right](k \in Z)$单调递减；

$y = \cos x$在$[-\pi + 2k\pi, 2k\pi](k \in Z)$上单调递增,在$[2k\pi, 2k\pi + \pi](k \in Z)$上单调递减。**特别提醒**，别忘了$k \in Z$！

3、正切函数 $y=\tan x$ 的图象和性质：

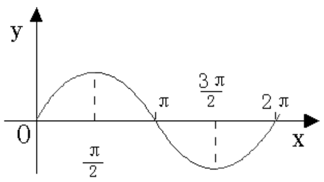
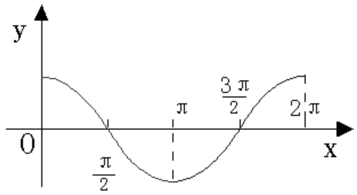
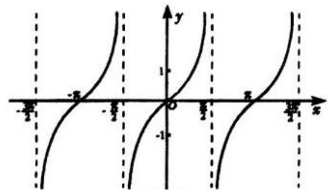
（1）定义域：$\{x\,|\,x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\}$。

（2）值域是 R，无最大值也无最小值；

（3）奇偶性与对称性：是奇函数，对称中心是 $\left(\frac{k\pi}{2},0\right)\left(k\in Z\right)$，**特别提醒**：正(余)切型函数的对称中心有两类：一类是图象与 x 轴的交点，另一类是渐近线与 x 轴的交点，但无对称轴，这是与正弦、余弦函数的不同之处。

（4）单调性：正切函数在开区间 $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)\left(k\in Z\right)$ 内都是增函数。但**要注意在整个定义域上不具有单调性**。

4、正弦、余弦、正切函数的图像和性质

性质＼函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图象			
定义域	R	R	$\left\{x\,\middle|\,x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z\right\}$
值域	$\left[-1,1\right]$	$\left[-1,1\right]$	R
最值	当 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\left(k\in Z\right)$ 时，$y_{\max}=1$；当 $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ $\left(k\in Z\right)$ 时，$y_{\min}=-1$.	当 $x=2k\pi\left(k\in Z\right)$ 时，$y_{\max}=1$；当 $x=2k\pi+\pi$ $\left(k\in Z\right)$ 时，$y_{\min}=-1$.	既无最大值也无最小值
周期性	2π	2π	π
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性	在 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$ $\left(k\in Z\right)$ 上是增函数；在 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$ $\left(k\in Z\right)$ 上是减函数.	在 $\left[2k\pi-\pi,2k\pi\right]\left(k\in Z\right)$ 上是增函数；在 $\left[2k\pi,2k\pi+\pi\right]$ $\left(k\in Z\right)$ 上是减函数.	在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $\left(k\in Z\right)$ 上是增函数.
对称性	对称中心 $\left(k\pi,0\right)\left(k\in Z\right)$ 对称轴 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}\left(k\in Z\right)$	对称中心 $\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)\left(k\in Z\right)$ 对称轴 $x=k\pi\left(k\in Z\right)$	对称中心 $\left(\frac{k\pi}{2},0\right)\left(k\in Z\right)$ 无对称轴

5、研究函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 性质的方法：类比于研究 $y=\sin x$ 的性质，只需将 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 中的 $\omega x+\varphi$ 看成 $y=\sin x$ 中的 x。

函数 y＝Asin（ωx＋φ）（A＞0，ω＞0）的性质。

（1）定义域：**R**

（2）值域：**[-A, A]**

（3）周期性：$T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$

① $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 和 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的最小正周期都是 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$。

② $f(x)=A\tan(\omega x+\varphi)$ 的最小正周期都是 $T=\dfrac{\pi}{|\omega|}$。

（4）单调性：函数 y＝Asin（ωx＋φ）（A＞0，ω＞0）的

单调增区间可由 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\omega x+\varphi\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$k$∈z 解得；

单调减区间可由 $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\leqslant\omega x+\varphi\leqslant 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}$，$k$∈z 解得。

在**求 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的单调区间时，要特别注意 A 和 ω 的符号，通过诱导公式先将 ω 化正。**

如函数 $y=sin(-2x+\dfrac{\pi}{3})$ 的递减区间是______

（答：$\left[-\dfrac{\pi}{12}+k\pi,\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\right](k\in Z)$

解析：y= $\sin\left(-2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\left[-\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right]=-\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，所以求 y 的递减区间即是求 $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的递增区间，由 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{3}\ll\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$ 得

$-\dfrac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\ll\dfrac{5\pi}{12}+k\pi,k\in Z$，所以 y 的递减区间是 $\left[-\dfrac{\pi}{12}+k\pi,\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\right](k\in Z)$

四、函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像和三角函数模型的简单应用

一、 知识要点

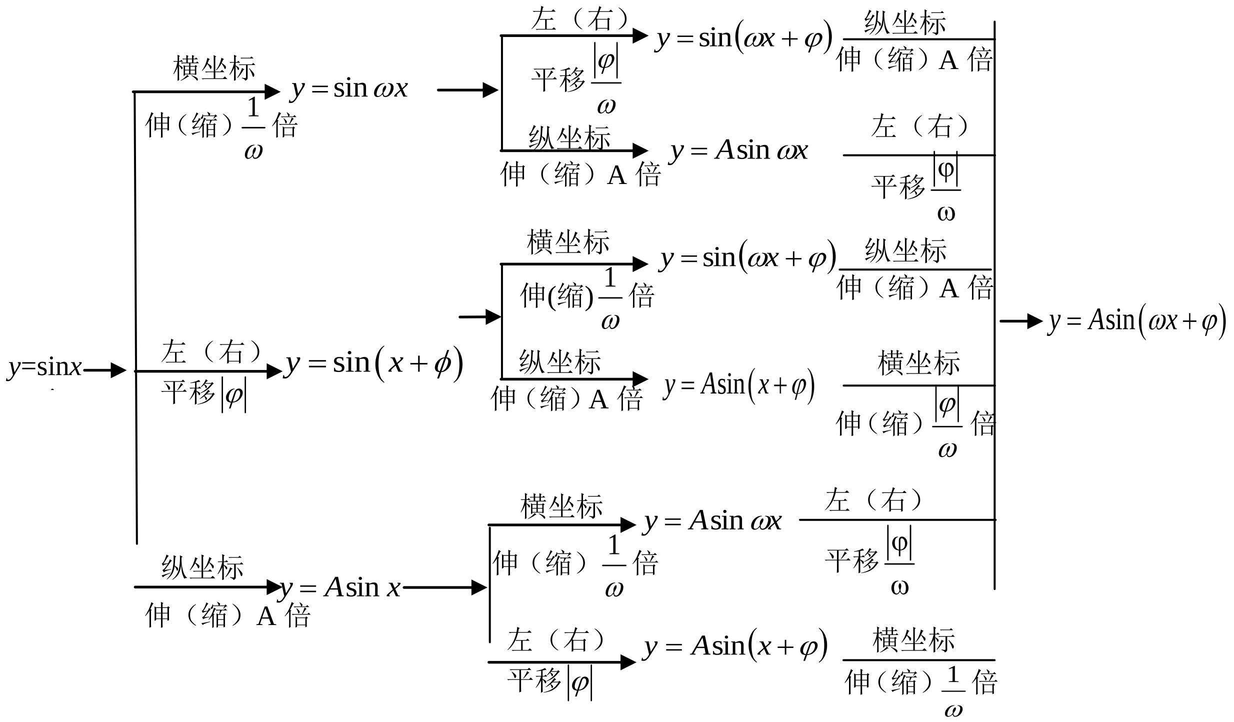
1、几个物理量：①振幅：A；②周期：$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$；③频率：$f=\dfrac{1}{T}=\dfrac{\omega}{2\pi}$；④相位：$\omega x+\varphi$；⑤初相：$\varphi$.

2、函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 表达式的确定：A 由最值确定；ω 由周期确定；φ 由图象上的特殊点确定.

函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+B$，当 $x=x_1$ 时，取得最小值为 $y_{\min}$；当 $x=x_2$ 时，取得最大值为 $y_{\max}$，则 $A=\dfrac{1}{2}(y_{\max}-y_{\min})$，$B=\dfrac{1}{2}(y_{\max}+y_{\min})$，$\dfrac{T}{2}=x_2-x_1\,(x_1<x_2)$.

3、函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的画法：①“五点法”－－设 $X=\omega x+\varphi$，令 X ＝0，$\dfrac{\pi}{2},\pi,\dfrac{3\pi}{2},2\pi$ 求出相应的 x 值，计算得出五点的坐标，描点后得出图象；②图象变换法：这是作函数简图常用方法。

4、函数 y＝sin$x$ 的图象经变换可得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)\ (\omega>0)$ 的图象



5、函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$ 的图象与 $y=\sin x$ 图象间的关系：①函数 $y=\sin x$ 的图象向左（$\varphi>0$）或向右（$\varphi<0$）平移$|\varphi|$个单位得 $y=\sin(x+\varphi)$ 的图象；②函数 $y=\sin(x+\varphi)$ 图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的$\frac{1}{\omega}$，得到函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象；③函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的横坐标不变，纵坐标变为原来的 A 倍，得到函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象；④函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图象向上（$b>0$）或向下（$b<0$）平移$|b|$个单位，得到 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$ 的图象。

要**特别注意**，若由 $y=\sin(\omega x)$ 得到 $y=\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，则向左或向右平移应平移$|\frac{\varphi}{\omega}|$个单位，

如要得到函数 $y=sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象，只需将函数 $y=sin2x$ 的图象（　　）

(A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位　　(B) 向右平移$\frac{\pi}{3}$ 个单位

(C) 向左平移$\frac{\pi}{6}$ 个单位　　(D) 向右平移$\frac{\pi}{6}$ 个单位

6、函数 y=Acos（ωx＋φ）和 y=Atan（ωx＋φ）的性质和图象的变换与 y=Asin（ωx＋φ）类似。

三角恒等变换

1、两角和与差的正弦、余弦和正切公式：

(1) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$；(2) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$；

(3) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$；(4) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$；

(5) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$ $\Rightarrow$ （$\tan\alpha+\tan\beta=\tan(\alpha+\beta)(1-\tan\alpha\tan\beta)$）；

(6) $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$ $\Rightarrow$ （$\tan\alpha-\tan\beta=\tan(\alpha-\beta)(1+\tan\alpha\tan\beta)$）.

如 $\tan 20^o+\tan 40^o+\sqrt{3}\tan 20^o\tan 40^o=$______________； （答案：$\sqrt{3}$ ）

2、二倍角的正弦、余弦和正切公式：

⑴ $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$． $\Rightarrow 1\pm\sin 2\alpha=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\pm 2\sin\alpha\cos\alpha=(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2$

如 $\cos^2\frac{5\pi}{12}+\cos^2\frac{\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$ 的值等于________； （答案：$\frac{5}{4}$ ）

⑵ $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

$\Rightarrow$升幂公式 $1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha, 1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha$

$\Rightarrow$降幂公式 $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$，$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$．

⑶ $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$．

3、二弦归一$\Rightarrow$把两个三角函数的和或差化为一个三角函数：$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(\theta+\varphi\right)$，其中 $\tan\varphi=\frac{b}{a}$．

4、三角变换时运算化简的过程中运用较多的变换，灵活运用三角公式，掌握运算化简的方法．常用的方法技巧如下：

（1）角的变换：在三角化简，求值，证明中，表达式中往往出现较多的异角，可根据角与角之间的和差，倍半，互补，互余的关系，寻找条件与结论中角的关系，运用角的变换，使问题获解，对角的变形如：

① 2α 是 α 的二倍；4α 是 2α 的二倍；α 是 $\frac{\alpha}{2}$ 的二倍；$\frac{\alpha}{2}$ 是 $\frac{\alpha}{4}$ 的二倍；

② $15^o=45^o-30^o=60^o-45^o$；问：$\sin\frac{\pi}{12}=$_________；$\cos\frac{\pi}{12}=$__________；

③ $\alpha=(\alpha+\beta)-\beta$；④ $\frac{\pi}{4}+\alpha=\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{4}-\alpha)$；⑤ $2\alpha=(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)=(\frac{\pi}{4}+\alpha)-(\frac{\pi}{4}-\alpha)$；等等.

如[1] $\tan\left(\alpha+\beta\right)=\frac{2}{5},\tan\left(\beta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}$,则 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$ ___________. （答案：$\frac{3}{22}$ ）

[2]若 $\cos(\alpha+\beta)=\frac{4}{5}$，$\cos(\alpha-\beta)=-\frac{4}{5}$，且 $\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\pi$，$\frac{3\pi}{2}<\alpha+\beta<2\pi$，则 $\cos 2\alpha=$_____，$\cos 2\beta=$_____.

（答案：$-\frac{7}{25}$，-1）

[3]已知 $\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{1-\cos 2\alpha}=1,\tan\left(\alpha-\beta\right)=-\frac{2}{3}$，则 $\tan\left(\beta-2\alpha\right)=$________________； （答案：$\frac{1}{8}$ ）

（2）函数名称变换：三角变形中，常常需要变函数名称为同名函数。如在三角函数中正余弦是基础，通常化切为弦，变异名为同名（二弦归一）。

如 $\sin 50^o(1+\sqrt{3}\tan 10^o)=$ ____；

解析：原式 $=\sin 50^o\cdot\left(\frac{\cos 10^o}{\cos 10^o}+\frac{\sqrt{3}\sin 10^o}{\cos 10^o}\right)=\sin 50^o\cdot\frac{2\left(\frac{1}{2}\cos 10^o+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^o\right)}{\cos 10^o}=\sin 50^o\cdot\frac{2\sin\left(30^o+10^o\right)}{\cos 10^o}=\frac{2\sin 40^o\cos 40^o}{\cos 10^o}=\frac{\sin 80^o}{\cos 10^o}=1$

（3）常数代换：在三角函数运算，求值，证明中，有时需要将常数转化为三角函数值，例如常数“1”的代换变形有：

$1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\sin 90^o=\tan 45^o$

（4）幂的变换：降幂是三角变换时常用方法，对次数较高的三角函数式，一般采用降幂处理的方法。常用降幂公式有：__________________________；__________________________。有时需要升幂，常用升幂公式有：________________；________________.如对无理式 $\sqrt{1+\cos\alpha}$ 常用升幂化为有理式.

（5）公式变形：三角公式是变换的依据，应熟练掌握三角公式的顺用，逆用及变形应用。

如：$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=$ ______________；$\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=$ ______________；

$\tan\alpha+\tan\beta=$ ______________；$1-\tan\alpha\tan\beta=$ ______________；

$\tan\alpha-\tan\beta=$ ______________；$1+\tan\alpha\tan\beta=$ ______________；

$\sin\alpha\cos\alpha=$ ______________；$2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}=$ ______________；

$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=$ ______________;$2\cos^2\alpha-1=$ ______________;$2\sin^2\alpha-1=$ ______________；

$1+\cos\alpha=$ __________________；$1-\cos\alpha=$ ________________________；

$2\tan\alpha=$ ____________________；$1-\tan^2\alpha=$ __________________；

$a\sin\theta+b\cos\theta=$ ________________________；（其中 $\tan\varphi=$ ____；）

（6）三角函数式的化简运算基本规则：复角化单角，异角化同角，见切化弦，二弦归一，高次化低次，特殊值与特殊角的三角函数互化。