

3.2.1 基本不等式的证明

一、学习目标

1. 了解基本不等式的证明过程，会用基本不等式证明一些简单的不等式；
2. 通过小组活动培养学生观察、联想的能力，并能体会出证明不等式的基本思想方法。

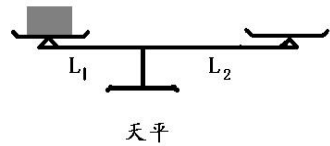
重点、难点 基本不等式的证明。

二、课前自学（阅读课本第 51 页）

问题 1： 把一物体放在天平的一个盘子上，在另一个盘子上放砝码使之平衡，称得物体质量为 a ；后来发现天平制造的不精确，左右两臂长不相等（其他因素不计），那么 a 并非物体的实际质量。后来有人想到做第二次测量：把物体调换到天平的另一个盘上，此时，称得物体质量为 b ，请思考：那么如何合理地表示物体的质量呢？

简单的做法是，把两次称得物体的质量“平均”一下，以 $A = \frac{a+b}{2}$ 表示

物体的质量.这样做合理吗？



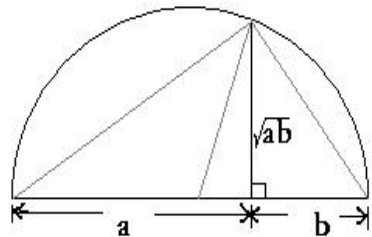
a, b 的算术平均数:

a, b 的几何平均数:

问题 2： 思考如何证明不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) (阅读课本第 52 页)

基本不等式:

问题 3： 你能否根据下图给出基本不等式的几何解释？



问题 4： 使用基本不等式时需要注意什么？

一正

二定

三相等

三、问题探究

例 1 (课本 P53 页例 1) 设 a, b 为正数, 证明下列不等式成立:

(1) 求证: $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

.....

(2) 求证: $a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$

.....

变式: (1) 求证: $\frac{4}{a-3} + a \geq 7 \quad (a > 3)$

.....

(2) $\frac{4}{a-3} + a > 7 \quad (a > 5)$

(3) $x + \frac{4}{x} \leq -4 \quad (x < 0)$

.....

例 2. 求证: $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$.

.....

四、反馈练习

课本 P54 页第 3、5 题

五、小结

.....